Teknillinen korkeakoulu Kivelä, Hakula / Nurmiainen

Mat-1.312 MATEMATIIKAN PERUSKURSSI T2 / kevät 1997

VÄLIKOE 1 / 25.2.1997

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, välikokeen numero, päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (AUT, TFY, TIK, TUO, SÄH, KON, KEM, MAK, PUU, MAA, RYK);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

Tehtävä 1: Olkoon $a_n = 1/n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$. Todista sopivaan määritelmään tai lauseeseen perustuen, että a) lukujono $\langle a_n \rangle$ suppenee, b) sarja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ hajaantuu.

Tehtävä 2: Osoita, että sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos kx}{k^2}$$

suppenee kaikilla $x \in \mathbb{R}$ ja että sen summafunktio $s(x)$ on kaikkialla jatkuva. Määritä funktion $s(x)$ a) trigonometrisen, b) eksponenttimuotoisen Fourier'n sarjan kertoimet.

Tehtävä 3: a) Osoita, että tasa-asteinen differentiaaliyhtälö $\frac{dy}{dx} = f(\frac{y}{x})$ palautuu separoituvaksi sopivalla sijoituksella. b) Ratkaise alkuarvoprobleema

$$y' = \frac{1}{x} \ln[(\frac{e\,y}{x})^y], \qquad y(1) = 1.$$

Tehtävä 4: Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'''' + 8y'' + 16y = 4 \sin 2x.$$

MELLANFÖRHÖR 1 / 25.2.1997

Skriv tydligt på varje provpapper på skilda rader:
1) studieperiodens namn, mellanförhörets nummer, datum;
2) studentnummer+bokstav, TEXTAT släktnamnet understreckat, alla förnamn;
3) utbildningsprogram (AUT, TFY, TIK, TUO, SÄH, KON, KEM, MAK, PUU, MAA, RYK);
4) eventuella tidigare namn och utbildningsprogram;
5) namnteckning.

Uppgift 1: Låt ... $a_n = 1/n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$. Todista sopivaan määritelmään tai lauseeseen perustuen, että a) lukujono $\langle a_n \rangle$ suppenee, b) sarja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ hajaantuu.

Uppgift 2: Visa, att ... sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos kx}{k^2}$$

suppenee kaikilla $x \in \mathbb{R}$ ja että sen summafunktio $s(x)$ on kaikkialla jatkuva. Määritä funktion $s(x)$ a) trigonometrisen, b) eksponenttimuotoisen Fourier'n sarjan kertoimet.

Uppgift 3: a) Osoita, että tasa-asteinen differentiaaliyhtälö $\frac{dy}{dx} = f(\frac{y}{x})$ palautuu separoituvaksi sopivalla sijoituksella. b) Ratkaise alkuarvoprobleema

$$y' = \frac{1}{x} \ln[(\frac{e\,y}{x})^y], \qquad y(1) = 1.$$

Uppgift 4: Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'''' + 8y'' + 16y = 4 \sin 2x.$$