Teknillinen korkeakoulu Kivelä / Nurmiainen

Mat-1.312 MATEMATIIKAN PERUSKURSSI T2 / kevät 1997

TIETOKONEHARJOITUKSET 3 (viikko 9 – 10)

Harjoituksissa tarkastellaan värähtelyprobleemaa differentiaaliyhtälön avulla. Ratkaisujen luonteen analysoimiseen käytetään **DiffEqLab**-pakettia. Tarkempia ohjeita tiedostossa

`/p/edu/matpk/t/tietokoneharjoitus.3`.

Tehtävä 1: Nesteeseen upotettu massa m on ripustettu pystysuoraan kierrejouseen, jonka jousivakio on k. Massa saatetaan pystysuoraan värähdysliikkeeseen antamalla sille alkupoikkeama ja alkunopeus; lisäksi siihen vaikuttaa ajan mukana muuttuva jaksollinen pystysuora ulkoinen voima $F(t) = F_0 \cos \omega t$. Neste vastustaa liikettä nopeuteen verrannollisella voimalla (verrannollisuuskerroin $= c$). Ilmiötä kuvaa differentiaaliyhtälö

$$my'' + cy' + ky = F_0 \cos \omega t.$$

Muodosta yhtälöä vastaava normaaliryhmä ja tutki, miten tämä on ohjelmoitu **DiffEqLab**-paketin funktioksi `oscill`. Selvitä itsellesi erityisesti, mitä Matlabissa tarkoitetaan *globaaleilla muuttujilla* ja miten niitä käsitellään. Ks. `help global`.

Kysymykset: Miten on meneteltävä, jotta yhtälön vakioille voidaan antaa halutut arvot?

Tehtävä 2: Tutki värähtelyprobleeman ratkaisua, kun nestettä ja siis vastusta ei ole eikä myöskään ulkoista voimaa ole.

Kysymykset: Miten luonnehdit yhtälön ratkaisua?

Tehtävä 3: Tutki seuraavaksi tapausta, jossa neste vastustaa värähtelyä, mutta ulkoinen voima edelleen puuttuu. Käytä suhteellisen pientä vastuskerrointa.

Kysymykset: Miten ratkaisu poikkeaa edellisestä?

Tehtävä 4: Lisää edellisen tehtävän tilanteeseen jaksollinen ulkoinen voima. Sopivat arvot vakioille ovat esimerkiksi $m = 1$, $k = 5$, $c = 2$, $F_0 = 1$, $\omega = 1$. Tutki systeemin käyttäytymistä.

Kysymykset: Mitä mahdetaan tarkoittaa ratkaisun transientilla komponentilla ja tasapainotilaratkaisulla (steady state solution)?

Tehtävä 5: Muuta edellisen tehtävän tilannetta siten, että neste ei vastusta liikettä. Etsi joko kokeellisesti tai laskemalla sellainen voiman $F(t)$ taajuus ω, että systeemi on resonanssissa; tällöin heilahtelun amplitudi kasvaa rajatta.

Kysymykset: Miten systeemi käyttäytyy em. resonanssikohdan lähellä?

Tehtävä 6: Tutki, voidaanko edellisen tehtävän mukaiseen rajatta kasvavaan amplitudiin (ja siis systeemin rikki räjähtämiseen) joutua, jos neste vastustaa liikettä.

Kysymykset: Millaiset mallit ovat realistisia luonnonilmiöiden tai teknisten ilmiöiden kuvaamisessa?