Teknillinen korkeakoulu Kivelä / Mannersalo

Mat-1.312 MATEMATIIKAN PERUSKURSSI T2 / kevät 1996

TIETOKONEHARJOITUKSET 6 (viikot 16 – 17)

Sarjatehtäviä Mathematicalla. Tällä kertaa ei ole valmiita muistilehtiötiedostoja, mutta yksityiskohtaisia ohjeita on tiedostossa

`/p/edu/matpk/t/tietokoneharjoitus.6` .

Lataa aluksi sarjojen summauksessa tarvittava lisäpaketti: `<<Algebra'SymbolicSum'`.

Tehtävä 1 : Laske seuraavien sarjojen summat:

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{(k-1)(k+1)}, \quad \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{(k-1)(2k+1)}, \quad \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{(k^2-1)(k^2+1)},$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^{\alpha}}, \qquad \alpha = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5.$$

Osaisitko laskea nämä käsin?

Tehtävä 2 : Muodosta $\overline{\text{arc}}\tan x$ -funktion Maclaurinin sarjan osasummat s_5, s_{10} ja s_{20} Mathematican `Series`-komennolla sekä piirrä näiden kuvaajat. Vertaa kuvaajia funktion kuvaajaan. Millä arvoilla Maclaurinin sarja näyttää suppenevan?

Tehtävä 3 : Määritellään

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k}.$$

Mikä on funktion määrittelyjoukko? Piirrä sen kuvaaja. Voidaanko funktio esittää alkeisfunktioiden avulla?

Tehtävä 4 : Määritellään

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos k^2 x}{k^2}.$$

Millä arvoilla x sarja suppenee? Piirrä funktion f kuvaaja. Onko f derivoituva? Voidaanko se esittää alkeisfunktioiden avulla?

Tehtävä 5 : Muodosta funktion $\cos x$ Maclaurinin sarja `Series`-funktiolla ja kerro se potenssisarjalla, jossa on määräämättömät kertoimet. Vaadi, että tulos on $= 1$, ja määritä kertoimet. Onko tuloksena funktion $1/\cos x$ sarja?

Tehtävä 6 : Määritä funktion $f(x) = x + \sin x$ käänteisfunktion Maclaurinin sarja. Miten laajassa origon ympäristössä käänteisfunktio on olemassa? Missä alueessa sen sarja suppenee?