Mat-1.312 MATEMATIIKAN PERUSKURSSI T2 / kevät 1996

TIETOKONEHARJOITUKSET 5 (viikot 13 – (14 – 15))

Integrointitehtäviä Mathematicalla; kaksi viimeistä ovat esimerkkejä, joihin on valmis muistilehtiö- (Notebook-) tiedosto. Yksityiskohtaisia ohjeita tiedostossa

`/p/edu/matpk/t/tietokoneharjoitus.5` .

Tehtävä 1 : Etsi funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \int_0^1 \int_0^1 (10 - xu - yv^2)^2 \, du dv,$$

suhteelliset ääriarvot. Ovatko nämä maksimeja vai minimejä?

Tehtävä 2 : Laske sen kappaleen massa, jota rajoittavat pinnat $x = 0$, $y = 0$, $z = 4$ ja $z = e^{x+y}$ ja jonka massatiheys on $\rho = 1/z$.

Tehtävä 3 : Olkoon $\mathbf{u}(x, y, z) = xyz\mathbf{i} + y^2\mathbf{k}$. Laske

$$\int_c \mathbf{u} \times d\mathbf{r},$$

missä c on origosta pisteeseen $(2, 2, 4)$ pitkin tason $x = y$ ja parabolisen lieriön $z = x^2$ leikkauskäyrää suuntautuva tie.

Tehtävä 4 : Laske sen kappaleen tilavuus, jota rajoittavat paraboliset lieriöt $z^2 = y$, $z^2 = 2y$, $x^2 = z$, $x^2 = 2z$, $y^2 = x$, $y^2 = 2x$. Siirry aluksi yhtälöiden $x = uy^2$, $y = vz^2$, $z = wx^2$ määräämiin uusiin muuttujiin u, v, w.

Tehtävä 5 : Laske ns. *Viviani'n ikkunan* pinta-ala, so. sen pinnanpalan ala, jonka lieriö $x^2 + y^2 = Rx$ erottaa pallosta $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$. Piirrä kuva Viviani'n ikkunasta pallon pinnalla.

Tehtävä 6 : Laske pallon kahdeksanneksen

$$\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, \; x \geq 0, \; y \geq 0, \; z \geq 0\}$$

massakeskipiste ja hitausmomentti. Määritä myös hitaussäde.