Teknillinen korkeakoulu
Mat-1.163 Siirtofunktioiden teoria, kevät 2002 **Malinen**

(i) Osoita että seuraavat ehdot ovat yhtäpitäviä:

- $\hat{M}_1 \in RH^\infty$ on oikealta kääntyvä; eli on olemassa $\hat{R} \in RH^\infty$ siten että $\hat{M}_1 \hat{R} = I$.
- $\begin{bmatrix} \hat{M}_1 \\ \hat{M}_2 \end{bmatrix}$ ja $\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ ovat vasemmalta jaottomia.

Osoita samoin seuraavat yhtäpitäviksi:

- $\hat{\hat{M}}_1 \in RH^\infty$ on vasemmalta kääntyvä; eli on olemassa $\hat{L} \in RH^\infty$ siten että $\hat{L}\hat{\hat{M}}_1 = I$.
- $\begin{bmatrix} \hat{\hat{M}}_1 & \hat{\hat{M}}_2 \end{bmatrix}$ ja $\begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}$ ovat oikealta jaottomia.

(ii) Määritä kaikki "kysymysmerkit" seuraavissa yhtälöissä joissa matriisielementit ovat matriiseja, lineaarisia operaattoreita, tai siirtofunktioita:

$$\begin{bmatrix} I & -K \\ -G & I \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ? & ? \end{bmatrix} (I - KG)^{-1} \begin{bmatrix} ? \\ ? \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I & -K \\ -G & I \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ? & ? \end{bmatrix} (I - GK)^{-1} \begin{bmatrix} ? \\ ? \end{bmatrix}$$

(iii) Harjoituksen 2 tehtävässä (iv) laskettiin lohkomatriisisiirtofunktio $\hat{H}_{G,K}$ signaaleilta $\begin{bmatrix} w & v_1 & v_2 \end{bmatrix}$ signaaleille $\begin{bmatrix} z & u & y \end{bmatrix}$. Sijoita näihin yhtälöihin Joula-parametrisoidun säätäjän lauseke $\hat{K} = (\hat{Y} - \hat{M}_2 Q)(\hat{X} - \hat{N}_2 \hat{Q})^{-1}$, ja lausu $\hat{H}_{G,K}$ parametrin $\hat{Q}$ avulla. Tulos on muotoa

$$\hat{H}_{G,K} = \begin{bmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{bmatrix}^{-1} + \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{bmatrix} \hat{Q} \begin{bmatrix} ? & ? & ? \end{bmatrix}.$$

(iv) Olkoon siirtofunktio $\hat{G}$ annettu muodossa $\hat{G}(s) = D + C(s - A)^{-1}B$. Oletetaan, että matriisit F ja G ovat sellaisia, että matriisit $A_F = A + BF$ ja $A_H = A + HC$ ovat exp. stabiileja (eli niiden spektrit ovat avoimessa vasemmassa puolitasossa $\mathbf{C}_-$).

Osoita että seuraavan kaavion määrittelemä kuvaus $y \mapsto u$ on stabiloiva säätäjä $\hat{K}_Q$ Joula-parametrifunktiolla $\hat{Q}$.