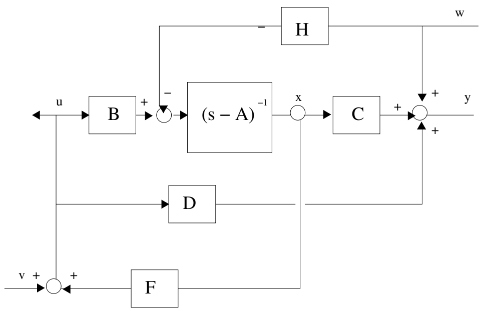
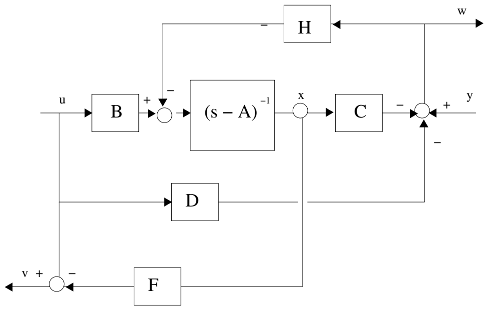
Teknillinen korkeakoulu
Mat-1.163 Siirtofunktioiden perusteet, kevät 2002 **Malinen**
3. kotitehtävän palautus viimeistään 28. helmikuuta 2002 klo. 16.00

(i) Osoita piirtämällä lohkokaavioita, että a) mallinsovitusongelma b) jäljitysongelma ovat standardiongelman erikoistapauksia. Ota mukaan kaavioihin tavanomaiset häiriötermit v_1 (“actuator noise”) ja v_2 (“sensor noise”). Anna kummassakin tapauksessa riittävät ja välttämättömät ehdot suljetun loopin stabiilisuudelle, vaatimalla eräiden siirtofunktioiden olevan avaruudessa $H^\infty(\mathbf{C}_+)$. Yritä käyttää mahdollisimman pientä määrää sellaisia stabiilisuusehtoja. Mikäli systeemin kaikki signaalit ovat skalaariarvoisia, voitko vähentää tarvittavien ehtojen lukumäärää?

(ii) Merkitään kuvan



signaalien välistä yhteyttä lohkomatriisimuodossa $\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & Y \\ N & X \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}$. Samoin kaaviolle



jolle $\begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{X} & -\tilde{Y} \\ -\tilde{N} & \tilde{M} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix}$. Systeemin $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ siirtofunktiota merkitään $G(s) = D + C(s-A)^{-1}B$.

Totea että $G = NM^{-1} = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}$, ja päättele kuvista että $\begin{bmatrix} M & Y \\ N & X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{X} & -\tilde{Y} \\ -\tilde{N} & \tilde{M} \end{bmatrix}^{-1}$.

(iii) Lausu edellisen tehtävän kaikki siirtofunktiot M, Y, N, X, $\tilde{X}$ $\tilde{Y}$, $\tilde{N}$, ja $\tilde{M}$ matriisien A, B, C, D, F ja H avulla. Totea että faktorisoinneissa $G = NM^{-1} = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}$ kaikki faktorit ovat H^∞-funktioita jos matriisit $A_F = A + BF$ ja $A_H = A + HC$ ovat exp. stabiileja (eli niiden spektrit ovat avoimessa vasemmassa puolitasossa $\mathbf{C}_-$).

(iv) Kokeile edellisen tehtävän tulosta siirtofunktion $G(s) = \frac{1}{s(s-2)}$ faktorisointiin. Kirjoita ensin G jonkin systeemin $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ avulla. Etsi sitten tarvittavat F- ja H-matriisit.