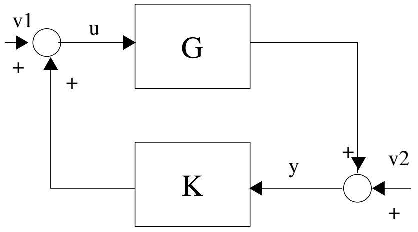
Teknillinen korkeakoulu
Mat-1.163 Siirtofunktioiden perusteet, kevät 2002 **Malinen**
2. kotitehtävän palautus viimeistään 14. helmikuuta 2002 klo. 16.00

(i) Olkoon Q, K ja G dimensioiltaan yhteensopivia siirtofunktioita, niin että tämän tehtävän kaavat ovat järkeviä. Oletetaan että siirtofunktiot $(I-Q)^{-1}$ ja $(I-GK)^{-1}$ ovat hyvin määriteltyjä siirtofunktioita, jolloin vaaditaan siis että $\det(I-Q(s_1)) \neq 0$ ja $\det(I-G(s_1)K(s_1)) \neq 0$ jossain pisteissä s_1, s_2. Osoita että

$$Q(I-Q)^{-1} = (I-Q)^{-1}Q$$
$$(I-Q)^{-1} = I + Q(I-Q)^{-1}$$
$$K(I-GK)^{-1} = (I-KG)^{-1}K$$

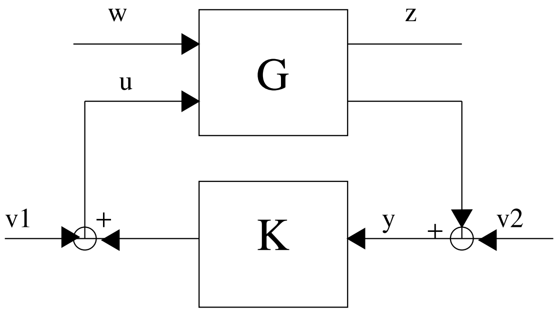
(ii) Tarkastellaan seuraavaa systeemiä, jossa sekä u että y ovat skalaarisignaaleja:



Laske kaikki neljä siirtofunktiota $\left[\begin{smallmatrix} v_1 \\ v_2 \end{smallmatrix}\right] \mapsto \left[\begin{smallmatrix} u \\ y \end{smallmatrix}\right]$. Osoita, että takaisinkytkentäkaavion määrittelemä systeemi on I/O-stabiili jos ja vain jos siirtofunktiot $G/(1-GK)$ ja $K/(1-GK)$ ovat molemmat avaruudessa $H^\infty(\mathbf{C}_+)$.

(iii) Olkoon $K(s)$ rationaalifunktio joka on rajoitettu oikeassa puolitasossa $s \in \mathbf{C}_+$ (eli $K \in H^\infty(\mathbf{C}_+)$). Määritellään funktio K^* kaavalla $K^*(s) := (K(s))^*$, jonka oikealla puolella $*$ tarkoittaa matriisin transponointia ja kompleksikonjugointia. Perustele miksei K^* ole analyyttinen funktio. On kuitenkin mahdollista löytää eräs siirtofunktio $\tilde{K}$ jolle $\tilde{K}(i\omega) = K^*(i\omega)$ kaikilla $\omega \in \mathbf{R}$. Lausu tämä $\tilde{K}$ alkuperäisen K:n avulla. Onko yleisesti totta että $\tilde{K} \in H^\infty(\mathbf{C}_+)$?

(iv) Tarkastellaan H^∞-säätöteorian standardiongelmaa, jota vastaa lohkokaavio



Laske kaikki yhdeksän siirtofunktiota signaaleilta $[w \quad v_1 \quad v_2]$ signaaleille $[z \quad u \quad y]$. Valitse näistä yhdeksästä minimaalinen joukko, jonka alkioiden stabiilisuus (eli ko. siirtofunktio on H^∞:ssä) implikoi kaikkien yhdeksän siirtofunktion stabiilisuuden. (Tämä jälkimmäinen osa tehtävästä saattaa olla aika vaikea...)