Matematiikan laitos
Teknillinen korkeakoulu

Weikkolainen / Perkkiö

Mat-1.422 Matematiikan peruskurssi S2

1. välikoe 26.2.2001

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kuulustelukoodi -kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. ⋆-kohta jätetään tyhjäksi. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TIK, TLT, TUO.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 4h.

1. a) Osoita, että

$$\lim_{(s,t)\to(0,0)} \frac{s^2 t}{s^4+t^2}$$

on olemassa, kun $(s,t) \longrightarrow (0,0)$ pitkin mielivaltaista origon kautta kulkevaa suoraa.

b) Onko raja-arvoa

$$\lim_{(s,t)\to(0,0)} \frac{s^2 t}{s^4+t^2}$$

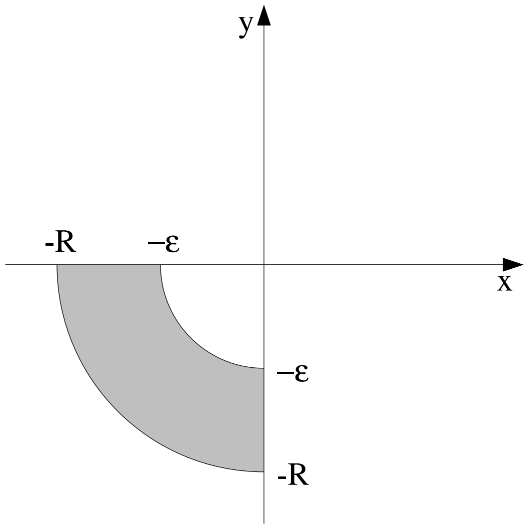
olemassa? Esitä täsmälliset perustelut.

2. Osoita, että piste $(0,1,1)$ on pintojen $z=(x^2+y^2)^2$ ja $x^4+y^4+z^4=2$ leikkauskäyrällä, ja hae leikkauskäyrän pisteeseen $(0,1,1)$ asetetun tangenttisuoran yhtälöpari.

3. Laske integraali

$$\iint_G \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dA,$$

kun G on oheisen kuvan mukainen "reikäleivän neljännes." (Kaaret ovat origokeskisen ympyrän osia.)



4. Olkoon f integraaliyhtälön

$$f(x) = 1 + \int_a^x (x-t)^n f(t)\,dt$$

$n-1$ kertaa derivoituva ratkaisu. Hae $f^{(n+1)}(a)$. (Formaalit laskut riittävät.)