Teknillinen korkeakoulu Eirola/Somersalo

Mat-1.322 Matematiikan peruskurssi S2

Tentti 15.1.1997

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:

1) opintojakson nimi, päiväys;

2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet ;

3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);

4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;

5) nimikirjoitus.

1. Tutki sopivia testejä käyttäen suppenevatko sarjat:

$$a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sin^2(\tfrac{1}{n}) \ , \qquad b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n-1+(-1)^n n)} \ .$$

2. Kappale, jonka massa on m lähtee hetkallä $t = 0$ putoamaan. Kun ilmanvastus aiheuttaa voiman, joka on verrannollinen nopeuden neliöön, saadaan putoamisnopeudelle yhtälö: $v'(t) = (g - \alpha v^2(t))/m$. Mikä on kappaleen nopeus hetkellä t ?

3. Etsi pintojen $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 4$ ja $z = x + y$ leikkauskäyrän lähimpänä origoa ja kauimpana origosta olevat pisteet.

4. Olkoon f kahdesti jatkuvasti derivoituva ja $u(x, y) = xf(y^p/x)$. Näytä, että eräällä p:n arvolla u toteuttaa osittaisdifferentiaaliyhtälön

$$x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{y}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0 .$$

5. Laske pinnan $z = x^2 + y^2$ sen osan pinta-ala, joka jää tason $z = h$ alapuolelle.

6. Määrää funktiot g ja h siten, että kenttä

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = y \cos x \ \mathbf{i} + (z^2 y + g(x)) \ \mathbf{j} + h(y, z) \ \mathbf{k}$$

on konservatiivinen. Laske tällöin

$$\int_C \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s} \ ,$$

missä C on käyrä: $t \ \mathbf{i} + \sin t \ \mathbf{j} + t \ \mathbf{k}$, $0 \le t \le 1$.