Teknillinen korkeakoulu Somersalo

Mat-1.322 Matematiikan peruskurssi S 2

Tentti 14/01/1998

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, välikokeen numero, päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

1. Osoita, että yhtälö
$$ye^{x-z} + z = 3$$
määrää pisteen $(x, y, z) = (1, 2, 1)$ ympäristössä funktion $z = z(x, y)$. Laske tässä pisteessä osittaisderivaatat $\partial z/\partial x$ ja $\partial z/\partial y$.

2. Laske $\mathbb{R}^3$:n vektorikentän
$$\vec{F} = x^2 y\vec{i} - 10xy^2\vec{j}$$
vuo ylöspäin (s.o. positiivisen z–akselin suuntaan) pinnan
$$S = \{(x, y, z) \mid z = xy,\ 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1\}$$
läpi.

3. Etsi funktion
$$f(x, y, z) = xyz$$
lokaalit ääriarvot, kun piste (x, y, z) on pinnalla
$$xy + 2xz + 3yz = 18.$$

4. Tarkastellaan $\mathbb{R}^3$:n pintaa P, jonka määrää yhtälö
$$x^3 + 2xy - 2y^2 - z = 0.$$
Etsi ne pinnan P pisteet, joiden kautta kulkeva pinnan P tangenttitaso on yhtälön
$$5x - 2y - z = 0$$
määräämän tason suuntainen.

5. Etsi differentiaaliyhtälön
$$y' + y\cos x = 2xe^{-\sin x}$$
yleinen ratkaisu.