Matematiikan laitos
Teknillinen korkeakoulu
Arponen/Perämäki

Mat-1.422 Matematiikan peruskurssi S2

3. välikoe 26.4.2004

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Laskimen käyttö on sallittu.

1. Olkoon
$$\boldsymbol{F} = (2xy - z^2)\mathbf{i} + (2yz + x^2)\mathbf{j} - (2zx - y^2)\mathbf{k}.$$
   a) Osoita että $\boldsymbol{F}$ on konservatiivinen ja etsi sille potentiaali.
   b) Laske
$$\int_{\mathcal{C}} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}\,,$$
   kun $\mathcal{C}$ on jana pisteestä $(1,1,0)$ pisteeseen $(2,3,1)$.

2. Olkoon
$$\boldsymbol{F} = (2x - z)\mathbf{i} + x^2y\mathbf{j} - xz^2\mathbf{k}$$
   ja D yksikkökuutio (eli alue jonka rajaavat tasot $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$). Laske $\boldsymbol{F}$:n vuo ulos D:stä.

3. Olkoon
$$\boldsymbol{F} = 3y\mathbf{i} - xz\mathbf{j} + yz^2\mathbf{k}$$
   ja S paraboloidin $2z = x^2 + y^2$ se osa, joka jää tason $z = 2$ alle. Laske $\displaystyle\iint_S \nabla \times \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{S}$ kun S on suunnistettu siten että normaali osoittaa alaspäin.

4. Olkoon u, v, w koordinaatisto:
$$x = u^2\cos(2v)\,, \qquad y = u^2\sin(2v)\,, \qquad z = 3w.$$
   a) Laske skaalauskertoimet h_u, h_v, h_w.
   b) Laske pinta-ala-alkiot dS_u ja dS_v.
   c) Olkoon $f(u,v,w) = \frac{1}{2}u^2 + ve^w$. Laske $\mathrm{grad}(f)$ $uvw-$koordinaateissa.