

Mat-1.422 Matematiikan peruskurssi S2

3. välikoe 06.05.2002

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kuulustelukoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. ★-kohta jätetään tyhjäksi. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TIK, TLT, TUO.

1. Laske viivaintegraali

$$\oint_C y^2 dx - x^2 dy + (x^2 - y^2) dz$$

Stokesin lauseen avulla, kun C on ellipsi $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ suunnistettuna siten, että käyrän projektio xy -tasolla kuljetaan negatiiviseen suuntaan.

2. Oletamme, että skalaarifunktiot $f(x, y, z)$ ja $g(x, y, z)$ ovat kahdesti jatkuvasti derivoituvia avoimessa joukossa, joka sisältää umpinaisen pinnan ∂V sekä tämän rajoittaman alueen V . Edelleen oletamme, että ∂V ja V ovat riittävän säännöllisiä. Osoita kaavat

$$\iiint_V \nabla f \cdot \nabla g \, dV + \iiint_V f \nabla^2 g \, dV = \oiint_{\partial V} f \nabla g \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{Greenin 1. kaava})$$

$$\iiint_V (f \nabla^2 g - g \nabla^2 f) \, dV = \oiint_{\partial V} (f \nabla g - g \nabla f) \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{Greenin 2. kaava})$$

3. Hae differentiaaliyhtälön

$$y' = \frac{x+y}{x} - \frac{x^2+y^2}{(x+y)^2}$$

se ratkaisukäyrä, joka kulkee pisteen $(1, -1)$ kautta. Vastauksen saa ilmoittaa muodossa $f(x, y) = 0$.

4. Ratkaise alkuarvo-ongelma

$$y'' + xy' + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

potenssisarjamenetelmällä.