Matematiikan laitos
Teknillinen korkeakoulu

Weikkolainen/Perämäki

Mat-1.422 Matematiikan peruskurssi S2

3. välikoe 5.5.2003

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kuulustelukoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. $\star$-kohta jätetään tyhjäksi. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TIK, TLT, TUO.

Laskimen käyttö on sallittu.

1. Laske $\displaystyle\int_{\mathcal{C}} \frac{ds}{y}$, kun $\mathcal{C}$: $x = t, y = 2e^t, z = e^{2t}$ pisteestä $(0, 2, 1)$ pisteeseen $(\ln 2, 4, 4)$.

2. Olkoon φ harmoninen koko avaruudessa $\mathbb{R}^3$. Olkoon $\varphi(\boldsymbol{r}) = 0$ kaikilla $\boldsymbol{r} \in \partial B_R(\boldsymbol{r}_0) = \{\boldsymbol{r} \mid |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0| = R\}$. Osoita: $\varphi(\boldsymbol{r}) = 0$ kaikilla $\boldsymbol{r} \in B_R(\boldsymbol{r}_0) = \{\boldsymbol{r} \mid |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0| \leq R\}$.

3. Olkoot $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$, $r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

   a) Osoita: $\nabla f(r) = f'(r)\dfrac{\boldsymbol{r}}{r}$ ja $\nabla \times \big(f(r)\boldsymbol{r}\big) = 0$.

   b) Osoita: $\displaystyle\oint_{\mathcal{C}} f(r)\boldsymbol{r} \cdot d\boldsymbol{r} = 0$ pitkin jokaista sulkeutuvaa (riittävän säännöllistä) käyrää.

   Funktiosta f saa tehdä tarpeelliset säännöllisyysoletukset.

4. Olkoon $f(x) = (1 + x^3)^{-1}$. Hae $f^{(n)}(0)$, $n \in \mathbb{N}$.
   (Opastus: Maclaurin.)