Matematiikan laitos
Teknillinen korkeakoulu
Somersalo/Weikkolainen/Högnäs

Mat-1.422 Matematiikan peruskurssi S2

1. välikoe 25.02.2002

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kuulustelukoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. $\star$-kohta jätetään tyhjäksi. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TIK, TLT, TUO.

1. Tutki seuraavien sarjojen suppenemista:

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 5^{2n}}{(2n)!}, \qquad (b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}.$$

   Suppenevatko sarjat itseisesti? Perustele huolellisesti päätelmäsi.

2. Yhtälö $z = x^2 - 2xy - y^2 - 8x + 4y$ määrää pinnan $\mathbb{R}^3$:ssa.

   (a) Kirjoita pisteen $(x, y, z) = (1, 1, -6)$ kautta kulkevan tangenttitason yhtälö.

   (b) Etsi ne pinnan pisteet, joissa tangenttitaso on horisontaalinen eli (x, y)-tason suuntainen.

3. Olkoon $f(x, y) = x^2 y - \ln y$.

   (a) Osoita, että pisteen $(x, y) = (0, 1)$ ympäristössä yhtälö $f(x, y) = 0$ määrää implisiittifunktion $y = \phi(x)$.

   (b) Implisiittistä derivointia käyttäen etsi tämän funktion toisen asteen Taylorin polynomi pisteen $x = 0$ ympäristössä.

4. Etsi **Lagrangen kerroinmenetelmää käyttäen** pinnan $x^2 y - z^2 + 9 = 0$ pienin etäisyys origosta. (Tehtävässä ei vaadita tarkkaa perustelua sille, että kyseessä on todella globaali minimi.)