Matematiikan laitos
Teknillinen korkeakoulu

Somersalo/Malinen/Perämäki

Mat-1.422 Matematiikan peruskurssi S2

1. välikoe 23.2.2004

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Laskimen käyttö on sallittu.

1. Tutki, suppenevatko sarjat

$$\text{(a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\sin n|}{n^2+2n+1}, \qquad \text{(b)} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}.$$

   Suppenevatko sarjat itseisesti? Perustele huolellisesti.

2. Olkoon tasokäyrä annettu parametrimuodossa

$$\mathbf{r}(t) = \cos \pi t \sin \pi t \mathbf{i} + \sin^2 \pi t \mathbf{j}, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

   (a) Laske kaarenpituus.

   (b) Parametrisoi käyrä kaarenpituuden avulla.

   (c) Laske käyrän kaarevuus t:n funktiona ilmoitettuna.

3. Tutki, onko funktiolla

$$f(x,y) = \frac{xy^3 \cos x}{x^2+y^6}, \quad (x,y) \neq (0,0),$$

   raja-arvoa origossa.

4. Olkoon

$$f(x,y) = x^2 y + \frac{y}{x^2+1}.$$

   (a) Etsi tasokäyrän $f(x,y) = 3/2$ normaalivektori pisteessä $(1,1)$.

   (b) Määritä pinnan $z = f(x,y)$ pisteen $(1,1,3/2)$ kautta kulkevan tangenttitason yhtälö.