Mat-1.342/352 Matematiikan pk PM 2/RM 2 Weikkolainen/Högnäs
Tietokoneharjoitus 1 (vko 10, 1997-03-03...07)

Kurssiesitteestä poiketen molemmat tietokoneharjoitukset tapahtuvat Mathematica–ohjelmalla, joka käynnistetään Maarintalon päätteillä seuraavasti:

```
use mathematica <return>
math <return>
```

Poistuminen tapahtuu komennolla `Exit` (huomaa iso alkukirjain). Opastusta Mathematican käyttöön löytyy kirjasta

Laukkanen, Petri: *Johdatusta Mathematica–ohjelmiston käyttöön*, Otatieto, 1994.

Jollei ole aikaisemmin tutustunut Mathematicaan on syytä lukea tämän oppaan alku, sivut 3-11 ja 15-20. Yleisopastusta sähköisessä muodossa saa käyttöönsä komennolla

`more /p/edu/matpk/t/mathematica.alkeisopas`.

Tehtävät

1. Piirrä pinnat

   a) $x^y - y^x$ b) $\frac{xy}{x^2+y^2}$ c) $\frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $-8 \leq x, y \leq 8$.

   Koeta piirtää pintoja oppikirjasta Grossman: Multivariable..., 3rd ed., s.151, tehtävät 3.1.68–79 (2nd ed., 4.1.64–73). (`Plot3D`)

2. Tutki funktion $f(x,y) = x^3+y^3-3xy$ kuvaaja piirtämällä sen tasa-arvokäyriä $f(x,y)$=vakio. Mikä käyrä saadaan, kun $f(x,y) = 0$? (`Contour`)

3. Lataa paketti: `<<Graphics`ContourPlot3D`` ja tutki komentoa `ContourPlot3D`. Koeta piirtää implisiittifunktio $x^2 - y^2 + z^2 = 1$. (Huom! Vaatii aikaa.)

4. Olkoon $f(x,y) = x^3y^2 + x^4 \sin y + \cos(xy)$. Laske osittaisderivaatat f_{xxy}, f_{xyx}, f_{yxx} ja totea, että nämä ovat yhtäsuuria. (Opastus: `fxxy-fxyx//simplify`.)

5. Osoita Mathematican derivointioperaatttoria `D` käyttäen, että funktio $u(x,y) = xf(x+y) + yg(x+y)$ toteuttaa osittaisdifferentiaaliyhtälön

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$$

   olivatpa f, g mitä tahansa kahdesti jatkuvasti derivoituvia funktioita $\mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$. (Tarkemmin määrittelemätön funktio Mathematicassa esim. `f[x+y]`.)

6. Olkoon $f(x,y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $(x,y) \neq (0,0)$, $f(0,0) = 0$. Määritä funktion osittaisderivaatat origossa ja osoita, että funktio ei ole differentioituva origossa. Kuvaaja. (`Limit`)

7. Laske

   a) $\int_0^1 (\int_{-x}^{\sqrt{x}} x^2y^2 \, \mathrm{d}y) \, \mathrm{d}x$ b) $\int_0^2 \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} \int_{-(x^2+y^2)}^{(x^2+y^2)} (1-x-y-z)^3 \, \mathrm{d}z\mathrm{d}y\mathrm{d}x$. (`Itegrate`)

8. Laske $F(x) = \int_{x^2}^{3-x} \sqrt{y-x^2} \, \mathrm{d}y$ ja $\int F(x) \, \mathrm{d}x$. Laske myös $\int_a^b \int_{x^2}^{3-x} \sqrt{y-x^2} \, \mathrm{d}y\mathrm{d}x$, kun $a, b = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{13})$. (Vrt. kierroksen 5 alkuv. teht. 5.)

9. Hae funktion $f(x,y) = e^{(x^2+y^2)y} + \frac{11}{x} + \frac{5}{y} + \sin(x^2y)$ minimi numeerisesti. (`FindMinimum`)

Lasketaan niin monta tehtävää kuin ehditään.