Mat-1.342/352 Matematiikan pk PM 2/RM 2 Weikkolainen/Högnäs
Harjoituskierros 10 (vko 15, 1997–04–07...11)

Tehtävien kohdalla mainitut numerot viittaavat kurssikirjan Grossman: *"Multivariable Calculus ..."* 3rd ed. (suluissa 2nd ed.) kappaleisiin ja tehtäviin.

Harj. no. 19 (Alkuviikko)

1. 10.1.9 (11.1.9)
2. 10.2.8 (11.2.16)
3. 10.2.29 (11.2.25)
4. Ratkaise erottamalla muuttujat
   a) $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y} = 2x\sqrt{y}$, b) $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y} = x^2(1+y^2)$, $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = x(1-\sin t)$, $x(0)=1$.
5. Presidentti ja pääministeri juovat kahvia. Molemmille kaadetaan samalla hetkellä yhtä paljon samanlämpöistä kahvia. Presidentti lisää pöydällä olevaa kermaa (lämpötila tuntematon, alhaisempi kuin kahvilla) kahviinsa ja sekoittaa hyvin. He keskustelevat 10 min. jonka jälkeen myös pääministeri kaataa saman verran kermaa kahviinsa, sekoittaa hyvin ja molemmat juovat. Kumman kahvi on lämpimämpää? Entä, jos kermasta tiedetään lisäksi että se on kylmempää kuin ilma ja pidetään viileänä?

Demo. Kappale, jonka massa on m putoaa, lähtien levosta, läheltä maan pintaa. Kappaleeseen vaikuttaa kaksi voimaa: maan vetovoima mg ja liikettä vastustava voima, joka on verrannollinen kappaleen nopeuden neliöön. Siis

$$F = ma = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = mg - \alpha v^2,$$

jossa α on verrannollisuuskerroin.

a) Laske $v(t)$ ehdolla $v(0)$=0.

b) Osoita, että nopeus ei kasva rajatta, vaan lähestyy rajanopeutta $\sqrt{mg/\alpha}$,

Harj. no. 20 (Loppuviikko)

1. 10.4.22 (11.4.15)
2. 10.4.38 ja 10.4.40 (11.4.21 ja 11.4.23)
3. Olkoon
   $$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x \le 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}.$$
   Ratkaise alkuarvotehtävät a) $y' + y = f(x)$, $y(0) = 0$ ja b) $y' + f(x)y = 0$, $y(0) = 1$. (b–kohta: Ratkaise erikseen kun $0 \le x \le 1$ ja $x > 1$.)
4. 10.5.13 (11.3.2)
5. 10.6.15 (11.5.15)

Demo. 10.5.24 (11.3.17)

Huom! Tällä ja ensi viikolla voi ilmoittautua viikon 15 tietokoneharjoituksiin wwwtopilla.