Alkuviikko

1. Etsi xy-esitys (ts. yhtälö, jossa esiintyvät vain muuttujat x ja y, "Cartesian equation") seuraaville käyrille ja hahmottele käyrä:

   (a) $\mathbf{f}(t) = t^2\mathbf{i} + t^6\mathbf{j}$ (b) $\mathbf{f}(t) = (\ln t)\mathbf{i} + t^2\mathbf{j}$ (c) $\mathbf{f}(t) = (3\sin t)\mathbf{i} + (3\cos t)\mathbf{j}$.

2. Määritä käyrän tangenttisuora annetulla paremetrin arvolla:

   (a) $x = \cos^2\theta$, $y = \sin^3\theta$; $\theta = \dfrac{\pi}{4}$

   (b) $x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$; $t = 1$.

3. Määritä käyrän yksikkötangenttivektori ja yksikkönormaalivektori annetulla parametrin arvolla:

   (a) $x = \sin t$, $y = \cos t$; $t = \dfrac{\pi}{6}$

   (b) $x = t^3$, $y = t^2$; $t = \dfrac{1}{2}$

   (c) $x = t$, $y = \dfrac{1}{t^2}$; $t = 1$.

4. Kranaatinheitin ampuu kranaatin 60° kulmassa maanpinnan suhteen alkunopeudellla 100 m/s. Laske kranaatin lentorata. Kuinka korkealle kranaatti nousee ja kuinka kauas se lentää? (Ilmanvastus ja Coriolis-voima jätetään tässä ottamatta huomioon.)

5. Etsi seuraavien funktioiden määrittelyalue ja derivaatta:

   (a) $y = e^{\sqrt{1-x^2}}(\ln x)^2$ (b) $y = \ln\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|$ (c) $y = \ln|\sin x|$.

6. Integroi

   (a) $\displaystyle\int_2^4 \frac{x}{x^2+2}\,\mathrm{d}x$ (b) $\displaystyle\int e^{\sin^2 x}\sin 2x\,\mathrm{d}x$ (c) $\displaystyle\int x^2 e^x\,\mathrm{d}x$.

Loppuviikko

1. Derivoi x:n suhteen:

   (a) x^x $(x > 0)$, (b) $\arccos\sqrt{1-x^2}$ $(|x| < 1)$,

   (c) $\operatorname{arccot} x$ (johda kaava).

2. Osoita, että

   (a) $e^x = \cosh x + \sinh x$, $e^{-x} = \cosh x - \sinh x$

   (b) $\sinh 2x = 2\sinh x\cosh x$, $\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$.

3. Integroi:

   (a) $\displaystyle\int x\sinh x\,\mathrm{d}x$ (b) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{x^4+4}}\,\mathrm{d}x$ (c) $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x+x^2}}$.

4. Integroi:

   (a) $\displaystyle\int \frac{3x-5}{x^2-4x-21}\,\mathrm{d}x$ (b) $\displaystyle\int \frac{x+2}{(x-1)(x-2)(x-3)}\,\mathrm{d}x$

   (c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{(x-2)^2(x-3)^2}\,\mathrm{d}x$.

5. Approksimoi integraalia $\int_0^1 e^{-x}\,\mathrm{d}x$ puolisuunnikassäännöllä ja Simpsonin säännöllä kuudella osavälillä. Vertaa likiarvoja tarkkaan arvoon. Kuinka monta osaväliä tarvitaan tarkkuuden 10^{-5} saavuttamiseksi kummallakin säännöllä (likiarvoja ei tarvitse laskea vaan osavälien lukumäärä riittää)?

6. Approksimoi integraalia $\int_0^{\pi/2}\sqrt{1+\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$ tarkkuudella 10^{-2}. (Kyseinen integraali on käyrän $y = \sin x$, $0 \le x \le \pi/2$ pituus eikä ole esitettävissä alkeisfunktioiden avulla, joten numeerinen integrointi on välttämätöntä integraalin laskemiseksi.)

2. välikokeen alue

- Grossman, Calculus of One Variable: 4.1–4.7, 5.1–5.7, 6.1–6.10, 7.1–7.9
- Grossman, Multivariable Calculus: 1.1–1.7, 2.1–2.6.