Alkuviikko

1. Kolmion kärjet ovat pisteissä $(1, 2)$, $(-2, 1)$ ja $(5, 4)$. Määritä sen kulmien kosinit.
2. Olkoon $\mathbf{u} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{v} = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$. Laske
   (a) $|\mathbf{u}|$ ja $|\mathbf{v}|$
   (b) $|\mathbf{u} - 2\mathbf{v}|$
   (c) $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ sekä $\mathbf{u}$:n ja $\mathbf{v}$:n välinen kulma
   (d) $\mathbf{u}$:n ja $\mathbf{v}$:n suuntaiset yksikkövektorit
   (e) $\mathbf{u}$:n skalaarikomponentti $\mathbf{v}$:llä
   (f) $\mathbf{v}$:n skalaarikomponentti $\mathbf{u}$:llä.
3. Kirjoita pisteiden $(1, -2, 3)$ ja $(1, 0, 5)$ kautta kulkevan suoran yhtälö
   (a) vektorimuodossa
   (b) parametrimuodossa
   (c) symmetrisessä muodossa.
4. Tutki, leikkaavatko suorat

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - t \end{cases} \quad \text{ja} \quad \begin{cases} x = 1 + s \\ y = -2s \\ z = 3 + 2s. \end{cases}$$

5. Laske integraalit

(1) (a) $\displaystyle\int_1^2 x^2(x^3-1)^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}x$ (b) $\displaystyle\int_0^{(\frac{\pi}{2})^2} \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ (c) $\displaystyle\int_{-4}^4 |x|\,\mathrm{d}x.$

6. Laske integraalit

(2) (a) $\displaystyle\int_0^{\pi} x\cos x\,\mathrm{d}x$ (b) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\sin x\,\mathrm{d}x$ (c) $\displaystyle\int_{-1}^1 xe^{2x}\,\mathrm{d}x.$

Loppuviikko

1. Laske sen kolmion pinta-ala, jonka kärjet ovat $(2, 0)$, $(3, 2)$ ja $(6, 7)$.
2. Etsi sellainen pystysuora suora, joka jakaa x-akselin ja käyrän $y = 1 - x^2$ $(0 \le x \le 1)$ rajoittaman alueen kahteen yntäsuureen osaan.
3. Pallon muotoisen vesisäiliön säde on 5 metriä. Kuinka paljon on säiliössä vettä, kun vedenpinnan korkeus säiliön pohjasta on 3 metriä?
4. Määritä sen pyörähdyskappaleen tilavuus, joka syntyy, kun käyrien $y = \sqrt{x}$ ja $y = x^3$ rajoittama alue pyörähtää
   (a) x-akselin ympäri
   (b) y-akselin ympäri.
5. Ympyrä, jonka keskipiste on $(a, 0)$ ja säde r, $r < a$, pyöräytetään y-akselin ympäri. Näytä, että näin saadun toruksen tilavuus on $2\pi a \cdot \pi r^2 = 2\pi^2 a r^2$.
6. Kolmio, jonka kärjet ovat $(1, 1)$, $(2, 3)$ ja $(3, 2)$ pyöräytetään y-akselin ympäri. Määritä saadun kappaleen tilavuus.