Alkuviikko

1. Laske determinantti

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ -3 & 4 & 6 & 0 \\ 2 & 5 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

käyttäen

(a) determinantin määritelmää

(b) Gaussin eliminaatiota.

2. Laske seuraavien matriisien käänteismatriisit (jos ne ovat olemassa) adjungoidun matriisin avulla.

(a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -12 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Tarkista laskemalla, että $\det(AB) = \det A \det B$, kun

(a) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

(b) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Päättele ratkaisematta yhtälöryhmää, onko sillä ratkaisu, ja jos on, onko ratkaisu yksikäsitteinen.

(a) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 15 \\ 5x_1 + 2x_2 = 16 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 17 \end{cases}$

5. Laske

(a) $\displaystyle\int 3(x^{-2} + 2x^{\frac{1}{3}})\,\mathrm{d}x$ (b) $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{\sin^2(3x-1)}$ (c) $\displaystyle\int \frac{2}{\sqrt{x-1}}\,\mathrm{d}x$.

6. Laske

(a) $\displaystyle\int x^4\sqrt{x^5+3}\,\mathrm{d}x$ (b) $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ (c) $\displaystyle\int x^2 \sin 2x\,\mathrm{d}x$.

Loppuviikko

1. Summa

$$s_n = \sum_{j=1}^{n} \frac{j^2}{n^3}\sqrt{1+\frac{j^3}{n^3}}$$

voidaan tulkita erään välillä $[0,1]$ määritellyn funktion Riemannin summaksi. Mikä on kyseinen funktio? Määritä $\lim_{n\to\infty} s_n$.

2. Laske välillä $[0,1]$ funktioiden $y = x\sqrt{1+x^2}$ ja $y = -x^2$ kuvaajien väliin jäävän alueen pinta-ala.

3. Laske

(a) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^2\sqrt{1+x^3}\,\mathrm{d}x$ (b) $\displaystyle\int_{1}^{2} (x^3 + x^{\frac{1}{3}})\,\mathrm{d}x$ (c) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} x\cos x\,\mathrm{d}x$.

4. Laske

(a) $\displaystyle\int_{-2}^{2} \sqrt{1+|x|}\,\mathrm{d}x$ (b) $\displaystyle\int_{-2}^{2} |1-2x|\,\mathrm{d}x$ (c) $\displaystyle\int_{0}^{\sqrt{\pi}} x\cos(x^2+\pi)\,\mathrm{d}x$.

5. Osoita, että

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\cot x = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

6. X-akselia pitkin liikkuvan hiukkasen kiihtyvyys on $a(t) = 5\sqrt{t}$ m/min^2. Ajanhetkellä $t = 0$ hiukkanen on paikassa 100 m ja sen alkunopeus on 25 m/min. Määritä hiukkasen liikeyhtälö.