Alkuviikko

1. Laske seuraavien matriisien käänteismatriisit, mikäli ne ovat olemassa:

$$\text{(a)} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{(b)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & 5 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{(c)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Olkoon

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix},$$

jossa $bc = 1 - a^2$. Osoita, että tällöin $A^{-1} = A$.

3. Osoita, että

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}.$$

4. Laske seuraavien determinanttien arvot:

$$\text{(a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \qquad \text{(b)} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 2 \end{vmatrix} \qquad \text{(c)} \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & -3 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

5. Määritä implisiittisesti annetun käyrän $x^3 + y^3 = 9$ tangentit pisteissä (1,2) ja (2,1).

6. Laske $f^{(n)}(x)$, $n \in \mathbb{N}$, kun $f(x) = \sin^2 x$.

Loppuviikko

1. Hahmottele funktion $y = |x-1| + |x+1|$ kuvaaja. Millä välillä funktio on kasvava ja millä vähenevä? Etsi lokaalit minimit ja maksimit.

2. Hahmottele funktion $y = x^3 - 4x^2 - x + 4$ kuvaaja. Millä välillä funktio on:
   (a) kasvava
   (b) vähenevä
   (c) ylöspäin kupera
   (d) alaspäin kupera?

   Mitkä ovat sen lokaalit ääriarvokohdat?

3. Suunnittele litran vetoinen sylinterinmuotoinen tuoppi siten, että materiaalia kuluu mahdollisimman vähän.

4. Maan pinnalta ammutun luodin korkeus h hetkellä t sekuntia on $20t - 5t^2$ metriä.
   (a) Määritä luodin alkunopeuden pystysuora komponentti.
   (b) Kuinka korkealle luoti nousee, ja koska se on korkeimmillaan?
   (c) Määritä luodin kiihtyvyyden pystysuora komponentti.

5. Osoita, että yhtälöiden

$$\begin{aligned} 3x - 2y + x^3 - x^2 y &= 0 \\ x^2 - 2x + y^2 - 3y &= 0 \end{aligned}$$

määräämät käyrät leikkaavat toisensa kohtisuoraan origossa.

6. Etsi yhtälön $x^2 + \sqrt{x} = 10$ ratkaisu tarkkuudella 10^{-5} Newtonin menetelmän ja laskimen avulla.

1. välikokeen alue

- Grossman, Calculus of One Variable: 0.1–0.5, liitteet A1, A2, 1.1–1.8, 2.1–2.7, 3.1–3.8
- Grossman, Multivariable Calculus: 6.1–6.9, 7.1–7.4