Alkuviikko

1. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x_1 & -2x_2 & +x_3 & +x_4 & = 0 \\ 3x_1 & & +2x_3 & -2x_4 & = 0 \\ & 4x_2 & -x_3 & -x_4 & = 0 \\ 5x_1 & & +3x_3 & -x_4 & = 0. \end{cases}$$

2. Laske $A - 2B$, A^T, B^T, AB ja BA, kun

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

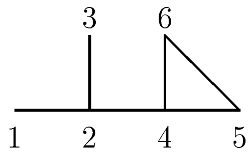
Mitä voit päätellä kahdesta viimeisestä tuloksesta?

3. Olkoot

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Laske AB, $(AB)C$, BC ja $A(BC)$. Saitko $(AB)C = A(BC)$?

4. Kuusi rautatieasemaa sijaitsevat radan varressa seuraavasti:



Muodosta 6×6-yhteysmatriisi Y, jossa $Y_{ij} = 1$ jos asema i on aseman j lähinaapuri ja muutoin $Y_{ij} = 0$. Asetetaan myös $Y_{ii} = 0$ kaikille i. Onko Y symmetrinen? Laske Y^2 ja tulkitse sen merkitys.

5. Määritä käyrän $y = \sqrt{|x-1|}$ tangentti pisteissä (0,1), (-3,2) ja (1,0). Piirrä myös kuva.

6. Mikä on funktion $y = 10 + |x^7 + 2x^4 - 3|$ pienin arvo?

Loppuviikko

1. Osoita että funktio

$$y = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \le x < 2 \\ 4, & x \ge 2 \end{cases}$$

on jatkuva $\mathbb{R}$:ssä. Kerro, missä se on derivoituva, ja laske derivaatta.

2. Raketin etäisyys maasta hetkellä t on $50t^2$, kun $t \in [0, 100]$ (sekunteina). Mikä on rakentin nopeus hetkillä $t = 10$ ja $t = 100$?

3. Määritä normaalisuoran yhtälö funktiolla $y = x^4 - 2\sqrt{x}$ pisteessä (1, -1).

4. Derivoi f ja kerro, missä derivaatta on määritelty, kun

(a) $f(x) = (2x^3 - 3x^2)^4$ (b) $f(x) = \left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^2$ (c) $f(x) = \left(\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^{-2} + 2\right)^{-3}$.

5. Derivoi f ja kerro, missä derivaatta on määritelty, kun

(a) $f(x) = \sqrt{\cos x}$ (b) $f(x) = \tan^2 x^3$ (c) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0. \end{cases}$

6. Funktio $y = y(x)$ on annettu seuraavan yhtälön avulla:

(a) $x^3 + y^3 = 2$ (b) $\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y^2} = x + y.$

Laske $y'(x)$ implisiittisellä derivoinnilla. Laske erityisesti $y'(1)$.