Alkuviikko

1. Ratkaise seuraavat epäyhtälöt ja piirrä ratkaisujoukot:

   (a) $|x-2|<1$ (b) $|2-x|+|2+x|\leq 4$

2. Laske sen kolmion piiri, jonka kärjet ovat $(2,3)$, $(\frac{73}{5},-\frac{1}{5})$ ja $(5,7)$.
3. Muodosta yhtälö ympyrälle, jonka halkaisijan päätepisteet ovat $(8,-4)$ ja $(2,6)$.
4. Muodosta yhtälö, jonka toteuttavat täsmälleen ne tason pisteet, jotka ovat kaksi kertaa niin kaukana origosta kuin pisteestä $(12,0)$. Osoita, että kyseinen pistejoukko on ympyrä.
5. Ovatko seuraavien kahden pisteparin kautta kulkevat suorat yhdensuuntaiset, kohtisuorassa toisiaan vastaan vai eivät kumpaakaan?

   (a) (1, 8), (2, 9) ja (1, 2), (0, 1)
   (b) (3, 1), (3, 7) ja (2, 4), (-1, 4)
   (c) (0, 2), (-2, 0) ja (0, 3), (3, 0)

6. Muodosta yhtälö suoralle, joka kulkee pisteen $(c,0)$ kautta ja sivuaa ympyrää $x^2+y^2=1$ (oleta $c>1$).

Loppuviikko

1. Valitse seuraaville funktioille mahdollisimman suuri määrittelyjoukko ja etsi sen kuvajoukko.

   (a) $x\mapsto\sqrt{(x-1)(x-2)}$ (b) $x\mapsto\begin{cases}x, & \text{jos } x\geq 1\\ 1, & \text{jos } x<1\end{cases}$

2. Muodosta $f\circ g$ ja $g\circ f$ ja valitse niille mahdollisimman suuri määrittelyjoukko.

   (a) $f(x)=2-\sqrt{x}$ $g(x)=(x+1)^2$
   (b) $f(x)=|x|$ $g(x)=-x$
   (c) $f(x)=\dfrac{|x|}{x}$ $g(x)=x^2$

3. Tarkastellaan suorakulmioita, joiden piiri on 50 cm. Muodosta lauseke tällaisen suorakulmion pinta-alalle suorakulmion leveyden funktiona. Määritä myös näin saamasi funktion määrittely- ja kuvajoukko.
4. Täydennä seuraavat lausekkeet neliöiksi, ts. kirjoita x-riippuva osa muotoon $b\pm(x-a)^2$. Hahmottele kuvaaja.

   (a) $y=x^2+3x+4$ (b) $y=x(8-x)$

5. Todista induktiolla, että kaikille $n>0$
$$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

6* (a) Todista aritmeettisen ja geometrisen keskiarvon välinen epäyhtälö
$$\sqrt{ab}\leq\frac{a+b}{2},$$
missä a ja b ovat positiivisia.

   (b) Todista a-kohdan epäyhtälöä käyttäen, että niistä suorakulmioista, joiden pinta-ala on 225 cm^2, lyhin piiri on neliöllä.

   (c) Osoita myös, että niistä suorakulmioista, joiden piiri on 300 cm, suurin pinta-ala on neliöllä.