Mat-1.117 Numeerinen analyysi B kevät -95

Apiola/Korvola

Tentti 26.9. 1995

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

1. Laske sopivan Taylorin polynomin avulla likiarvo integraalille

$$\int_0^{1/4} e^{x^2}\,dx$$

siten, että $|virhe| \leq 10^{-11}$.

2. Olkoon $f(x) = 3xe^x - e^{2x}$. Laske likiarvo $f(1.03)$:lle käyttäen pisteisiin $x_0 = 1, x_1 = 1.05, x_2 = 1.07$ asetettua interpolaatiopolynomia. Voit käyttää hyväksesi seuraavia MATLAB-rivejä:

```
>> x=[1,1.05,1.07];
>> f=3*x.*exp(x)-exp(2*x)
f =
    0.7658    0.8354    0.8589
```

Arvioi virheelle yläraja interpolaatiovirhekaavan avulla.
Vihje: Derivaatan $|f^{(n+1)}|$ maksimin sijainti on helppo selvittää katsomalla $f^{(n+2)}$:n merkkiä

3. Ohessa on korkeuskäyräpiirros funktiolle

$$f(x,y) = x^2 + 4\,y^2 + \frac{1}{(x+1)\,(y+1)}$$

Etsi likiarvo funktion paikalliselle minimille kuvan alueella.

Vihje: Ratkaise minimiehdosta saatava yhtälöryhmä Newtonin menetelmällä valitsemalla kuvan perusteella alkuarvo ja suorittamalla yksi iteraatiokierros.

Laskimen käytön sijasta voit halutessasi kirjoittaa MATLAB- komennot, joilla laskeminen sujuisi. Jos näin teet, tulee komentojen olla jokseenkin virheetöntä, lähes koneen hyväksymää MATLAB-koodia.

4. Selvitä Gaussin kvadratuurin perusperiaate ja johda yhtälöryhmä, josta saadaan 2 pisteen Gaussin kaava välillä $[-1, 1]$.

5. Ratkaise alkuarvotehtävä $x' = (t + x)^{-1}, \quad x(0) = 1$ Eulerin menetelmällä. välillä $[0, 0.2]$ käyttäen a.) askelpitutta $h = 0.2$ (vain yksi jakoväli) ja b.) askelpituutta $h = 0.1$ (kaksi jakoväliä).

Mukana saa olla :

- Kaavakokoelma (Pentikäinen, MAOL (tuskin tarpeen)) mutta ei käsikirjaa, kuten BETA
- MATLAB-opas (Primer ja/tai Kivelä, tms.). Muuta kirjallisuutta tai prujuja ei!!
- standardilaskin (ei ohjelmoitava).