Mat-1.117 Numeerinen analyysi B

Tentti 12.10. 1993 **Apiola**

1. Olkoon $f(x) = \sqrt{1+x}$. Muodosta interpolaatiopolynomi, joka määräytyy ehdoista:

$$f(-0.7) = p(-0.7), f(0) = p(0), f(1) = p(1)$$

Määrää yläraja maksimivirheelle

$$\max_{x \in [-0.7,1]} |f(x) - p(x)|$$

2. Ratkaise aluksi graafisesti yhtälöpari

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = 0 \\ e^x - y = 0 \end{cases}$$

Tarkenna saamiasi likiarvoja *Newtonin menetelmällä.* Iteroi kaksi kierrosta.

3. Tarkastellaan numeerista integrointitehtävää

$$\int_1^4 \ln x dx.$$

Voit valita joko puolisuunnikas- tai Simpsonin menetelmän. Kuinka moneen samanpituiseen osaan väli $[1,4]$ on jaettava valitsemallasi menetelmällä laskettaessa, kun integraalin arvo halutaan tarkkuudella 10^{-5} ja ln-funktion arvot tunnetaan tarkkuudella 10^{-6}? Mikä on näin saatava integraalin likiarvo?

4. Etsi ensimmäisen asteen polynomi p_1, joka minimoi lausekkeen

$$\int_{-1}^{1} (e^x - p_1(x))^2 dx.$$

5. Ratkaise differenssimenetelmällä reuna-arvotehtävä:

$$y'' + y = x - 1, \quad y(0) = -1, y(1) = 1,$$

kun askelpituus $h = 0.25$.