Mat-1.117 Numeerinen analyysi B kevät -95

Apiola/Korvola

Tentti 17.8. 1995

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

1. Selosta lyhyesti, mutta ytimekkäästi ja mielellään esimerkeillä valaisten seuraavat asiat:
   - Mistä johtuu merkitsevien numeroiden katoaminen vähennettäessä kaksi lähes yhtä suurta lukua. (Esimerkissäsi voit aivan yhtä hyvin käyttää 10-järjestelmää kuin binäärilukujakin.)
   - Matriisin häiriöluku ("condition number") ja miten sen avulla voidaan arvioida suhteellisen virheen kasvua. (Havainnollistusta esimerkin ja mahd. kuvan muodossa katsellaan suopeasti.)
   - Kuutiosplini, määritelmä, mitä tarkoittavat "luonnolliset" reunaehdot. Miksi splini-interpolaatio on soveliaampi suuren havaintoaineiston "funktionalisoimiseen" kuin polynomi-interpolaatio?
2. Approksimoi $\cos x$:ää välillä $|x| \leq \pi/4$ Taylorin polynomilla siten, että $|\text{virhe}| \leq 10^{-5}$.
3. Olkoot $l_0, l_1, ..., l_n$ (erillisiin) pisteisiin $x_0, x_1, ..., x_n$ liittyvät *Lagrangen kertojapolynomit* ("cardinal functions"). Osoita, että
$$\sum_{i=0}^{n} l_i(x) = 1 \quad \forall x.$$
4. Selvitä graafisen tarkastelun avulla yhtälöryhmän
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = 0 \\ e^x - y = 0 \end{cases}$$
ratkaisujen lukumäärä ja likiarvot. Tarkenna kutakin ratkaisua Newtonin menetelmällä. Yksi kierros kutakin juurta kohden riittää. Numeeristen laskujen sijasta voit halutessasi kirjoittaa MATLAB-komennot, joilla laskeminen sujuisi. Jos näin teet, tulee komentojen olla jokseenkin virheetöntä, lähes koneen hyväksymää MATLAB-koodia.
5. Ratkaise alkuarvotehtävä $x' = t^2 - x, \quad x(0) = 2$ Eulerin menetelmällä. välillä $[0, 0.2]$ käyttäen a.) askelpitutta $h = 0.2$ (vain yksi jakoväli) ja b.) askelpituutta $h = 0.1$ (kaksi jakoväliä).

   Vertaa ratkaisua tarkkaan ratkaisuun pisteessä $t = 0.2$. Käyttäytyykö virhe odotetulla tavalla, kun askelpituus puolitetaan?

Mukana saa olla :

- Kaavakokoelma (Pentikäinen, MAOL (tuskin tarpeen)) mutta ei käsikirjaa, kuten BETA
- MATLAB-opas (Primer ja/tai Kivelä, tms.). Muuta kirjallisuutta tai prujuja ei!!
- standardilaskin (ei ohjelmoitava).