Mat-1.117 Numeerinen analyysi B kevät -95

Apiola

Tentti 18.11.1996

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

HUOM! Merkitse selvästi koepaperiin, oletko kuunnellut kurssin avoimen korkeakoulun järjestämänä keväällä -96. Tässä tapauksessa merkitse näkyvästi: **AKO-1.117** yllä kohtaan 1) (Muuten Mat-1.117)

1. Approksimoi $\cos x$:ää välillä $|x| \leq \pi/4$ Taylorin polynomilla siten, että $|\text{virhe}| \leq 10^{-5}$.

2. Selvitä, mitä tarkoittaa matriisin häiriöalttius ja määrittele häiriöluku. Muotoile suhteellisen virheen suurenemisepäyhtälö (SVS). Sovellutuksena tarkastele matriisia $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2.01 \end{bmatrix}$. Voit leikkiä, että MATLAB on käytössäsi seuraavien komentojen osalta:

```
>> A=[1 2;1 2.01];
>> inv(A)
ans =

  201.0000 -200.0000
 -100.0000  100.0000
```

   Laske A:n häiriöluku $||.||_\infty$:n (l_∞) suhteen. Ratkaise lineaariset yhtälösysteemit $Ax = b$ ja $A\tilde{x} = \tilde{b}$, missä $b = (4, 4)$ ja $\tilde{b} = (3, 5)$. Laske (SVS):n molemmat puolet ja vertaa.

   Muista: $||x||_\infty = \max |x_i|$ ja vastaava matriisinormi lasketaan rivisummia käyttäen.

3. Etsi likiarvo yhtälösysteemin
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ 2x^3 + x - y = 1 \end{cases}$$
   1. koordinaattineljänneksessä ($x > 0, y > 0$) olevalle juurelle määrittämällä graafisesti alkuarvaus ja suorittamalla yksi askel $Newtonin$ menetelmällä.

4. Laske Simpsonin kaavalla likiarvo integraalille
$$\int_0^\pi e^x \sin x dx$$
   valitsemalla $n = 8$ jakoväliä. Mikä on virheen itseisarvon yläraja?

   Muistin virkistykseksi:

   - Simpsonin kaava : $\frac{h}{3}S$, missä S on painotettu summa funktion arvoista jakopisteissä. Painot ovat $1, 4, 2, 4, 2, ..., 4, 1$.

- Virhearvio: $-\frac{h^4(b-a)f^{(4)}(\xi)}{180}, \xi \in [a,b]$,

5. Muodosta alkuarvotehtävän

$$y'(t) = y(t), \quad y(0) = 1$$

ratkaisuapproksimaatiot pisteessä $t = 1$ Eulerin menetelmällä käyttäen askelpituuksia $h = 1/n$, kun n saa arvot $2, 4, 8$. Vertaa tuloksia tarkkaan ratkaisuun pisteessä $t = 1$ ja selvitä, käyttaytyykö virhe siten, kuin Eulerin menetelmältä voi odottaa.

Mukana saa olla :

- Kaavakokoelma (Pentikäinen, MAOL (tuskin tarpeen)) mutta ei käsikirjaa, kuten BETA eikä muuta kirjallisuutta tai prujuja.
- standardilaskin (ei ohjelmoitava).