Mat-1.117 Numeerinen analyysi B

Tentti 29.08. 1994 **Apiola**

1. Anna selitykset seuraaville:
   - liukuluku (1 p.)
   - matriisin häiriöalttius (1 p.)
   - kuutiosplini (1 p.)
   - miksi Adams ja Runge-Kutta menetelmät eivät sovellu kankeille tehtäville (3 p.)

2. Olkoon $f(x) = \sqrt{1+x}$. Muodosta interpolaatiopolynomi, joka määräytyy ehdoista:
   $$f(-0.7) = p(-0.7), f(0) = p(0), f(1) = p(1)$$
   Määrää yläraja maksimivirheelle
   $$\max_{x\in[-0.7,1]} |f(x) - p(x)|$$

3. Selvitä yhtälösysteemin
   $$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ 2x^3 + x - 2y = 1 \end{cases}$$
   ratkaisujen lukumäärä ja karkeat likiarvot vaikkapa graafisesti. Tarkenna yhtä niistä *Newtonin menetelmällä*. Iteroi kaksi kierrosta.

4. Missä kohdassa/kohdissa pisteitten $b_0 = (1, 4), b_1 = (3, 1), b_2 = (6, -2)$ määrittelemä Bézier-käyrä leikkaa x-akselin?. Mikä on käyrän tangentti tässä pisteessä?

5. Ratkaise alkuarvotehtävä
   $$y'' = xy, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$
   neljännen kertaluvun *Runge-Kutta*-menetelmällä (RK4) pisteissä $x = 0.5$ ja $x = 1$ ($h = 0.5$).

   Ohje: RK4 voidaan yhtälön $y' = f(x, y)$ tapauksessa esittää kaavoilla $v_1 = f(x_n, y_n), v_2 = f(x_n+\frac{h}{2}, y_n+\frac{h}{2}v_1), v_3 = f(x_n+\frac{h}{2}, y_n+\frac{h}{2}v_2), v_4 = f(x_n+h, y_n+hv_3)$, $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(v_1 + 2v_2 + 2v_3 + v_4)$.

   Sovita tämä kaava 1. kertaluvun systeemille ja muunna tehtävä sellaiseksi.

Huom! Tentissä **ei** saa olla mukana kirjallisuutta.