Mat-1.117 Numeerinen analyysi B kevät -95

Apiola/Korvola

1. välikoe 21.3. 1995

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, päiväys;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

1. Laske sopivaa Taylorin polynomia ja siihen liittyvää virhetermiä hyväksi käyttäen likiarvo integraalille

$$\int_0^1 \sqrt{x} e^{x^2} dx$$

siten, että virheen itseisarvo on korkeintaan 0.002.

2. Kirjoita MATLAB-rivi, jolla lasket yhden Newton iteraatioaskeleen polynomiyhtälön $p(x) = 3x^5 - 7x^4 - 5x^3 + x^2 - 8x + 2 = 0$ lähellä pistettä 2.5 olevan juuren ratkaisemiseksi Käytä hyväksesi seuraavia "helppitekstejä":

```
>> help polyder
 POLYDER Polynomial derivative.
        POLYDER(P) returns the derivative of the polynomial whose
        coefficients are the elements of vector P
>> help polyval
        y = POLYVAL(p,x) is the value of the polynomial evaluated at x.
```

Jos vierastat MATLAB-laskua, voit laskea saman tehtävän laskimella, jolloin riittää kahden numeron tarkkuus.

Tehtävä on tarkoitus ratkaista joko MATLAB:lla tai "perinteisesti", valitse toinen tapa, älä yritä sekoittaa ratkaisuusi molempia.

3. Olkoon $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$.

   - Laske I_0 ja osoita, että $\lim_{n\to\infty} I_n = 0$.
     Osittaisintegroinnilla voidaan johtaa palautuskaava $I_{n+1} = e - (n+1)I_n$ (usko pois, ei tarvitse johtaa).
   - Arvioi virhettä, joka muodostuu laskettaessa arvoa I_{10}, kun alkuarvossa käytetään 5-numeroista likiarvoa ja muita laskun kuluessa syntyviä pyöristysvirheitä ei oteta huomioon. Voit verrata arviotasi MATLAB- istuntoon

     ```
     >> e=exp(1);e0=round(10000*e)/10000;I=e0-1;for n=0:9,I=e-(n+1)*I,end;
     ```

     joka tuottaa arvot $I_9 = -6.3451$ ja $I_{10} = 66.1688$
   - Arvioi virhettä, joka syntyy I_{10}:n laskennassa, kun homma tehdään "takaperin" lähtien likiarvosta $I_{15} = 0$.

4. Selvitä, mitä tarkoittaa matriisin häiriöalttius ja määrittele häiriöluku. Muotoile suhteellisen virheen suurenemisepäyhtälö (SVS). Sovellutuksena tarkastele matriisia $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2.01 \end{bmatrix}$. Voit leikkiä, että MATLAB on käytössäsi seuraavien komentojen osalta:

```
>> A=[1 2;1 2.01];
>> inv(A)
ans =

  201.0000 -200.0000
 -100.0000  100.0000
```

Laske A:n häiriöluku $\|.\|_\infty$:n (l_∞) suhteen. Ratkaise lineaariset yhtälösysteemit $Ax = b$ ja $A\tilde{x} = \tilde{b}$, missä $b = (4, 4)$ ja $\tilde{b} = (3, 5)$. Laske (SVS):n molemmat puolet ja vertaa.

Muista: $\|x\|_\infty = \max |x_i|$ ja vastaava matriisinormi lasketaan rivisummia käyttäen.