

MS-A0409 Grundkurs i diskret matematik
Mellanförhör 1, 2.10.2014

Skriv ditt namn, nummer och övriga uppgifter på varje papper!
Räknare eller tabeller får **inte** användas i detta prov!

1. Visa med hjälp av induktion att

$$2 + 10 + 24 + \dots + n(3n - 1) = \sum_{j=1}^n j(3j - 1) = n^2(n + 1), \quad n \geq 1.$$

2.

- (a) Formulera påståendet "Ifall a och b är två rationella tal så att a är större än b så finns det ett rationellt tal c som är mindre än a och större än b " genom att använda \forall , \exists , \rightarrow , $\&\&$, \parallel , $!$, \in , $<$, $>$, \mathbb{Q} , a , b och c och vid behov parenteser (där alltså \mathbb{Q} är mängden rationella tal, $\&\&$ är "och", \parallel är "eller" och $!$ är negation men du kan också använda \wedge istället för $\&\&$, \vee istället för \parallel och \neg istället för $!$).
- (b) Låt p_1 vara funktionen $p_1(n) = n$ och p_2 vara funktionen $p_2(n) = n^2$ (så att $O(p_1) = O(n)$ och $O(p_2) = O(n^2)$). Antag att f och g är sådana att $f \in O(p_2)$ och $g \in O(p_2)$ men $f \notin O(p_1)$ och $g \notin O(p_1)$. Är det möjligt att $h \in O(p_1)$ då h är den sammansatta funktionen $h(n) = f(g(n))$? Motivera ditt svar!

3. Formulera följande påstående att gälla en icke-riktad graf med nodmängd X : Om X är en mängd med 6 element och W är en relation i X , dvs. en delmängd av $X \times X$ så att W är irreflexiv (dvs. $[x, x] \notin W$ för alla $x \in X$) men symmetrisk så finns det alltid en delmängd $Y \subset X$ med 3 element så att antingen $W \cap (Y \times Y) = (Y \times Y) \setminus \{[y, y] : y \in Y\}$ eller $W \cap (Y \times Y) = \emptyset$. Är påståendet sant? Motivera ditt svar.

4.

- (a) I en grupp med 82 studerande läser 59 en kurs i real analys och 46 läser en kurs i sannolikhetslära och 12 läser ingendera av dessa kurser. Hur många läser både kursen i real analys och den i sannolikhetslära?
- (b) I en tentamen finns 12 frågor och du skall besvara 10 av dem. På hur många sätt kan detta göras om du dessutom skall besvara högst 5 av uppgifterna 1 – 6 och minst 4 av uppgifterna 7 – 12.

Förklara hur du resonerat. Dina svar kan innehålla multiplikationer, divisioner, additioner och fakulteter (!).