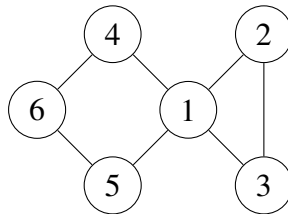


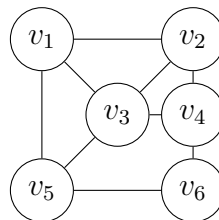
MS-A0409 Grundkurs i diskret matematik  
Mellanföreläsning 2, 24.10.2013

Skriv ditt namn, nummer och övriga uppgifter på varje papper!  
Räknare eller tabeller får **inte** användas i detta prov!

1. (6p) Använd Euklides algoritm (även om det kanske vore lika enkelt att resonera på något annat sätt) för att bestämma den största gemensamma delaren till talen 126 och 48. Förklara hur man med hjälp av detta resultat kan avgöra om det finns heltalslösningar till ekvationen  $2 = 126x + 48y$ . (I det fall att det finns lösningar är det inte nödvändigt att bestämma dem, det räcker med att förklara varför de finns.)
2. (4p) En person som ville använda RSA-algoritmen för kryptering bestämde en publik och en privat nyckel för detta ändamål men glömde sedan (innan hen hade publicerat den publika nyckeln) vilken som var vilken. Spelar detta någon roll? Motivera ditt svar.
3. (6p) Bestäm alla permutationer  $f$  av noderna i grafen  $[V, E]$  nedan som är grafisomorfismer, dvs. är sådana att om det finns en båge mellan noderna  $a$  och  $b$  så finns det en båge mellan noderna  $f(a)$  och  $f(b)$ . Uttryck permutationerna med cykelnotation. Dessa permutationer bildar en grupp  $G$  (med det behöver du inte visa). Bestäm cykelindexet  $\zeta_{G,V}$ . Vad kan detta index användas till?



4. (4p) I grafen nedan har noderna  $v_j, j = 1, 2, \dots, 6$  "färgats" med färgerna  $a, b$  och  $c$  så att  $\omega(v_1) = b, \omega(v_2) = c, \omega(v_3) = a, \omega(v_4) = b, \omega(v_5) = c$  och  $\omega(v_6) = a$ . Sätt noderna i en ordning så att den giriga nodfärgningsalgoritmen ger denna färgning (då färgerna är i alfabetisk ordning). Varför är det inte möjligt att färga noderna med två färger så att noder mellan vilka det finns en båge får olika färger?



5. (4p) Ett träd är som bekant en enkel graf i vilken det finns exakt en enkel väg från varje nod till varje annan nod. Antag att  $G$  är ett träd med  $n \geq 3$  noder så att det finns en Hamilton väg i  $G$  (dvs. en enkel väg som går genom alla noder). En hurudan graf är  $G$ ? Motivera ditt svar!