Jatkuvuus [GZ 3.1, 3.3]

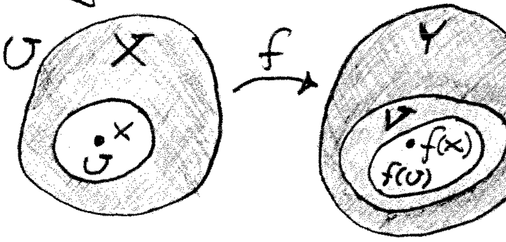
Seuraavassa $\mathcal{T}_X$ on joukon X topologia jne.,

$A \subset X \Rightarrow \overline{A} := cl_{\mathcal{T}}(A)$ $\mathcal{T}_X$-sulkeuma...

Tulkinnat $\begin{cases} x \in \overline{A}: & \text{"}x \in X \text{ on lähellä joukkoa } A \subset X\text{"} \\ y \notin \overline{A}: & \text{"}y \in X \text{ on kaukana joukosta } A \subset X\text{".} \end{cases}$

Määr. Kuvaus $f: X \to Y$ on $(\mathcal{T}_X, \mathcal{T}_Y)$-jatkuva pisteessä $x \in X$, jos

$\forall V \in \mathcal{T}_Y$ jolle $f(x) \in V$ $\exists U \in \mathcal{T}_X$ jolle $x \in U$ siten, että $f(U) \subset V$.



Kuvaus $f: X \to Y$ on $(\mathcal{T}_X, \mathcal{T}_Y)$-jatkuva, jos se on jatkuva $\forall x \in X$.

Tehtävä

Todista, että $f: X \to Y$ on jatkuva pisteessä $x \in X$

$\Leftrightarrow$ "$(\forall A \subset X)$ jos $x \in X$ on joukon $A \subset X$ lähellä, niin $f(x) \in Y$ on joukon $f(A) \subset Y$ lähellä".

[Jatkuva kuvaus ei voi "repiä" topologista avaruutta. Jatkuva kuvaus voi kyllähin esim. rutistaa avaruuden kasaan: määr. $f: X \to Y$ s.e. $\forall x \in X: f(x) = y_0$ ...]