

---

**Mat-1.3621 Tilastollinen päättely****10. harjoitukset / Tehtävät****Aiheet: Asymptoottinen teoria****Avainsanat:**

Asymptoottinen varianssi, Delta-menetelmä, Derivaatta, Estimaattori, Estimointi, Harhattomuus, Havainto, Havaintoarvo, Otos, Osamäärätesti, Parametri, Satunnaismuuttuja, Varianssi, Tarkentuvuus

---

**Tehtävä 10.1.**

Olkoon

$$X_1, X_2, X_3, \dots$$

riippumattomien ja samaa normaalijakaumaa  $N(\mu, 1)$  noudattavien satunnaismuuttujien jono.

Todista, että aritmeettiset keskiarvot

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, n = 1, 2, 3, \dots$$

muodostavat tarkentuvan jonon estimaattoreita parametrille  $\mu$ .

**Tehtävä 10.2.**

Olkoon

$$X_1, X_2, X_3, \dots$$

riippumattomien ja samaa normaalijakaumaa  $N(\mu, \sigma^2)$  noudattavien satunnaismuuttujien jono. Olkoon

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

satunnaismuuttujien  $X_1, X_2, \dots, X_n$  aritmeettinen keskiarvo.

- Johda parametrin  $\mu$  estimaattorin  $\bar{X}_n$  varianssin raja-arvo ja asymptoottinen varianssi kun  $n \rightarrow \infty$ .
- Johda parametrin  $1/\mu$  estimaattorin  $1/\bar{X}_n$  varianssin raja-arvo ja asymptoottinen varianssi kun  $n \rightarrow \infty$ .