Avoin Korkeakoulu v.Pfaler

Ako-1.115, Matriisilasku
osakoe 2/3, ma 16.6.1997

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin eri riveille:
1) opintojakson nimi, päiväys, mahdollinen välikokeen numero;
2) opiskelijanumero+kirjain, TEKSTATEN sukunimi alleviivattuna, kaikki etunimet;
3) koulutusohjelma (Ke,Ko,M,Mk,P,R,S,Tf,Ti,Tu);
4) mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat;
5) nimikirjoitus.

joko 1a) Reaaliset polynomit astetta ≤ 2

$$\mathbb{P}^2(x) = \{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 : a_i \in \mathbb{R}\}$$

muodostavat lineaariavaruuden, kun polynomien yhteenlasku ja reaaliluvulla kertominen määritellään kuten tavallisesti. Näytä, että $V = \{p \in \mathbb{P}^2(x) : p(0) = 0\}$ muodostaa $\mathbb{P}^2(x)$:n aliavaruuden, mutta $W = \{p \in \mathbb{P}^2(x) : p(0) = 1\}$ ei.

tai 1b) Mikä on $R(A)$:n (sarakeavaruus) dimensio q:n funktiona ($q \in \mathbb{R}$), kun

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & q \end{bmatrix}$$

Määritä kaikissa tapauksissa $R(A)$:n ortogonaalikomplementti.

2) Näytä, että jos $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$:n sarakkeet ovat lineaarisesti riippumattomia, yhtälöryhmällä $Ax = b$ ($x \in \mathbb{R}^m, b \in \mathbb{R}^n$) on korkeintaan yksi ratkaisu. Voiko tällöin olla $n > m$; entä $m < n$?

Esitä myös lineaarisen riippumattomuuden määritelmä (2p.)

3) Tee $PA = LU$ -hajotelma matriiseille A ja B:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ja } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

(vihje: mieti, erityisesti kohdassa A!)