

Mat-1.1332 Matematiikan peruskurssi KP3-II syksy 2008

<http://www.math.hut.fi/teaching/kp3-ii/08>

Laskuharjoitus 2 LV (viikko 46 , 10 – 14.11.2008)

Tietokoneharjoitus

Matriisikertausta:

<http://www.math.hut.fi/teaching/kp3-ii/08/LAkertaus1.pdf>

<http://www.math.hut.fi/teaching/kp3-ii/08/LAkertaus2.pdf>

<http://math.tkk.fi/opetus/kp3-ii/06/ominaisarvot.pdf>

Luentosuunnitelma <http://math.tkk.fi/opetus/kp3-ii/08/Luennot.html>

Lempä johdatus Matlabiin, Harri Hakula:

<http://math.tkk.fi/opetus/s2/har05/MatlabJohdanto.pdf>

Lyhyt Matlab-opas:

<http://math.tkk.fi/~apiola/matlab/opus/lyhyt/>

Octave(ilmainen “Matlab-kloonii”) <http://www.gnu.org/software/octave/>

Loppuviikko

Alussa on joitakin “sormiharjoituksia” itse kunkin omaksi iloksi/murheeksi. Niiden tekemisestä ei jaeta pelimerkkejä. Tutustu aiheeseen mielellään jo ennen harjoitusta.

1. Opiskele interaktiivisesti (tai muuten) yllä mainittuja MATLAB-oppaita, tee omia kokeiluja ja käyttele `help` , `doc` , `diary` ym. komentoja.
2. Suorita tehtäväpaperin *harj1* lopussa olevat MATLAB-esimerkit ja niiden innoittamia muita kokeiluja.

Suoritustehtävät

Tee tehtävistä lyhyt “selkkari” diary-komentoa ja editointia käyttäen, kuten edellä harjoiteltiin, tai m-tiedosto, jossa ovat käyttämäsi komennot ja sopivat Matlab-tulkin antamat tulokset “copypastettuna” MATLAB-komentoikkunasta.

Kuvien tulostus ei taida tehtävän 2 `eigshow`-ikkunasta onnistua yhtä helposti kuin yleensä. Riittää, kun selostat lyhyesti. Aina voit myös täydentää käsinpiirretyllä. Selkeys ja luettavuus ovat tärkeitä, “painokelpoisuuteen” ei pyritä.

Tehtävien pisteytys- ja palautussäännöt ovat muuten samat kuin tavallisissakin, paitsi määräaika, **perjantaina kello 16**.

1. Muodosta 5×5 -yksikkömatriisi I. (**help eye**)
Muodosta matriisi E_1 , jossa on vaihdettu I :n rivit 2 ja 5.
Muodosta matriisi E_2 , joka saadaan kertomalla I :n 4. rivi luvulla 4. Muodosta matriisi E_3 , joka saadaan I :stä *Gaussin rivioperaatiolla* $r_4 \leftarrow r_4 + 4r_1$, missä r_i tarkoittaa matriisin riviä numero i .
Muodosta matriisit E_1^{-1} , E_2^{-1} , E_3^{-1} käyttäen komentoa `inv` ja selitä, mitä rivioperaatiota ne vastaavat.
2. Suorita MATLAB-komento `eigshow`. Opiskele helppiteksti ja suorita joitakin kokeiluja kuljettamalla \mathbf{x} -vektoria läpi koko yksikköympyrän. (Tämä vain lämmittelyksi.)
Valitse erityisesti matriisit $A = [1 \ 3; 4 \ 2]/4$, $B = [3 \ 1; -2 \ 4]/4$ ja $C = [2 \ 4; 2 \ 4]/4$. Määritä kuvan perusteella kunkin ominaisarvot ja -vektorit. Saat vektorit tarkemmin komentamalla `grid on`.
Mitä, jos kuvan perusteella ominaisarvoja/vektoreita ei näyttäisi olevan?
Määritä kuvan perusteella myös ominaisvaruuden dimensio matriisin C tapauksessa.
Laske kunkin matriisin ominaisarvot ja -vektorit `eig`-komennolla. (**help eig**)
Huom: Jos näitä matriiseja ei sattuisi olemaan valmiina valikossa, voit ne sinne lisätä helppiruudun “View code for eigshow”-linkistä. Hae koodista kohta `mats = . . .` Siitä näet, miten matriiseja voi lisätä. Jos editoit koodia, tallenna se omaan hakemistoosi vaikkapa nimelle `ominashow`, ja sitten vaan `ominashow`.
3. *Vandermonden matriisi* on sellainen, jonka sarakkeet ovat annetun vektorin potensseja. Se tulee vastaan mm. polynomi-interpolaatiossa ja se on tyyppiesimerkki ns. häiriöalttiista matriisista (millä ei ole vaikutusta tähän tehtävään).
(a) Anna komento `help vander` ja muodosta vektorin $\mathbf{v} = [1, 2, 3, 4, 5, 6]^T$ määräämä Vandermonden matriisi A .
(b) Laske sen ominaisarvot ja -vektorit komennolla `eig`. (**help eig**).
(c) Muodosta ominaisarvojen vektori komennolla `diag`.
Tarkista ominaisarvo/vektori-määritelmän toteutuminen vaikkapa vain suurimman ominaisarvon kohdalla. (Muistele, miten matriisin sarake poimitaan.)
(d) Päättele ominaisarvoja katsomalla matriisin diagonalisoituvuus.
(e) Suorita diagonalisointi, itse asiassa `eig` tekee sen, tarvitsee vain suorittaa vielä ominaisvektorimatriisin kääntäminen.

Huomaa, että vaikka kohtia on monta, ne ovat enimmäkseen yhden tai kahden hassun komennon takana.

KÄÄNNÄ

Matlab-pikaohje

Edellä olevien ohjeiden lisäksi tässä vielä muutama pikainen:

- Komennon suorittama tulos tulee ruudulle ENTER-painalluksen jälkeen (kuvat erilliseen ikkunaan). Jos haluat estää tulostuksen, päättää komento puolipisteeseen. Jos myöhemmin haluat katsoa muuttujan sisällön, kirjoita sen nimi (ilman puolipistettä). Jos muuttuja on suuri matriisi, kannattaa ensin katsoa sen koko `size(A)` tai sen jotain osaa, esim. `A(1:10,1:10)`
- Edellisen komennon tulos on muuttujassa `ans`. Yleensä on suositeltavaa antaa tulokselle oma nimi tyyliin `nimi= ...`
- `format long` : Tulostetaan enemmän numeroita (n. 16). Laskutarkkuuteen tämä ei vaikuta.
`format rational` laskee rationaaliluvuilla.
`format short`: Paluu oletustulostukseen.
- Matriisin A transpoosi: `A'`
- Kokonaislukuvektori: Esim `1:10` tai `1:2:20`. Myös `linspace`. Pystyvektoriksi transponoimalla.
- `A(i,j)` A:n alkio (i,j).
`A(2,:)` A:n 2. rivi
`A(:,3)` A:n 3. sarake
`A(1:4,1:4)` osamatriisi
Matriisin osaa voi päivittää, vaikkapa:
`A(1:4,1:4)=ones(4,4)` tai
`A(2,:)=A(2,:)-2*A(:,1)` (Gaussin rivioperaatio).
- Matriisien liittäminen: Jos A:lla ja B:llä on yhtä monta riviä, ne voidaan liittää peräkkäin: `[A b]` (tai `[A, b]`)
Jos yhtä monta saraketta, niin allekkain: `[A;B]`
- Laskutoimitukset tarkoittavat matriisilaskua. Siis esim.
`A*B`, `A^p`
- Vektorien ja matriisien (samankokoisten) pisteittäinen eli alkioittainen laskenta tapahtuu lisäämällä eteen piste. Esim: `u=[1 2 3]`, `v=[-2 -2 -2]`, `u.*v`.
Toinen operandi voi olla skalaari. Siten esim. vektorin **u** kaikki komponentit voidaan korottaa toiseen komennolla `u.^2`