

Tällä kierroksella kaikki tehtävät ovat demotehtäviä.

1. (Osa tod. p.18) Näytä, että  $\det(I + \epsilon T) = I + \epsilon \text{tr} T + O(\epsilon^2)$
2. (Propositio 1.1 p.13) Näytä, että välttämätön ja riittävä ehto jäykän kappaleen nopeuskentälle  $U$  on

$$(x - x') \cdot [U(x, t) - U(x', t)] = 0 \quad \forall x, x' \in \Omega_t, t \in I,$$

jossa  $I$  on tarkasteltava aikajakso ja  $\Omega_t$  tarkasteltava kappale.

3. (Propositio 1.2 p.13) Näytä, että välttämätön ja riittävä ehto jäykän kappaleen ajasta riippumattomalle nopeuskentälle  $U$  on

$$U(x) = Bx + b,$$

jossa  $b \in \mathbb{R}^3$  ja  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  on vinosymmetrinen matriisi. Vihje : Käytä apuna edellisen tehtävän tulosta ja muista, että jokaiselle vinosymmetriselle  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  löytyy yksikäsitteinen  $\omega \in \mathbb{R}^3$  s.e.

$$Bx = \omega \times x.$$

4. Todista, että kappaleen nopeus ja kiihtyvyys ovat riippumattomia käytetystä referenssijajasta  $t_0$ .
5. (Property 1.3. p.11) Käy läpi materiaaliderivaatan johto.
6. Assistentti pudottaa limuautomaatilla vieraillessaan tölkin maahan. Tölkki alkaa vieriä kulmanopeudella  $\omega$ . Mallinnetaan tölkkiä äärettömällä sylinterillä : määritä liike : nopeus ja kiihtyvyys. Käytä Eulerin ja Lagrangen esitysmuotoja. Tarkista, että saat molemmista saman tuloksen !