

$$2) \quad \theta'' + k \sin \theta = 0, \quad k = 1.$$

(a)

Merk. $x = \theta, \quad y = \theta' \Rightarrow$

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -\sin x \end{cases}$$

KRP: $(0, 0)$ [on varmasti KRP: $\begin{bmatrix} 0 \\ -\sin 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$]

Jacobian matri $J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\cos x & 0 \end{bmatrix}; \quad J_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

Linearisoitu systeemi: $\begin{bmatrix} u' \\ v' \end{bmatrix} = J_0 \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$

(b) Tunnistamme u :n ja v :n mukaan tarkoitukseen, joten merkitkäämme lineaarisaita systeemiä:

$$\vec{y}' = J_0 \vec{y} \quad (\vec{y} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix})$$

J_0 :n om. arvot: $+\lambda^2 + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = \pm i$

Arvot $\lambda = i$ vastaava om. vekt:

$$(0 - i)x_1 + 1 \cdot x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = i x_1;$$

$$\vec{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}, \quad \vec{u} = \text{Re } \vec{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\vec{v} = \text{Im } \vec{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Yle. ratk. $\vec{y}(t) = e^{dt} [\vec{u} | \vec{v}] \begin{bmatrix} \cos pt & \sin pt \\ -\sin pt & \cos pt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$

$\lambda = i \Rightarrow d = 0, \quad p = 1.$