

Teknillinen korkeakoulu

Mat-1.3345 Differentiaaliyhtälöiden inversio-ongelmat

Lassas/Helin

Harjoitus 6

Ke 22.11.2006 klo 14-16 U345

1. Oletetaan, että $f \in C_0^\infty((0, \pi) \times \mathbb{R}_+)$. Näytä, että (klassisilla) Fourier-sarjoilla saatava yhtälön

$$(\partial_t^2 - \partial_x^2) u(x, t) = f(x, t), \quad x \in (0, \pi)$$

$$u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = 0$$

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=\pi} = 0$$

ratkaisu

$$u(x, t) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j(t) \sin(jx)$$

suppenee avaruudessa

$$H_D^2((0, \pi)) = \{w \in H^2(0, \pi) \mid w(0) = 0, w(\pi) = 0\}.$$

2. Muuta koordinaatisto- ja mittamuunnoksella

$$Au = -\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{(1+x)^2} \frac{d}{dx} u \right), \quad x \in [1, 2],$$

muotoon

$$A_0 = -\frac{d^2}{dx^2} + q(x).$$

3. Osoita Lemma 1.9, kun aaltoyhtälössä termi $q(x)u$ korvataan termillä $p(x, t)\partial_x u + q(x, t)u$.
4. Osoita kaava (1.45) ratkaisemalla (1.48)-(1.49).