

Mat-1.452 / Mat-1.1520 Svenskspråkig grundkurs i matematik 2

Tentamen 31.10.2006

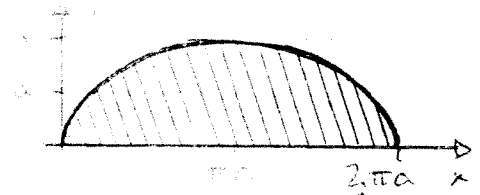
Fyll i tydligt på varje svarpapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Ange TYDLIGT om det är Mat-1.452 (gamla Grundkurs 2, som förelästes sista gången våren -05; 6sv) eller Mat-1.1520 (nya Grundkurs 2, som förelästes första gången våren -06; 10sp) som ni skriver!

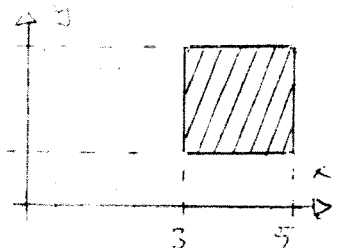
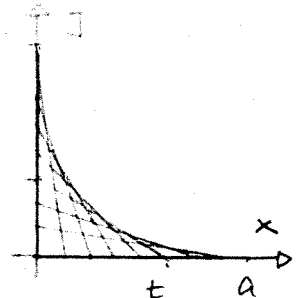
Vid denna tentamen får vanliga funktionsräknare användas.

Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.

Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!



1. En båge av cykloiden ges på parameterform av $x(t) = a(t - \sin t)$, $y(t) = a(1 - \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, $a > 0$.
Beräkna volymen hos kroppen som uppstår då det plana området, som begränsas av cykloidbågen och x -axeln (skuggat i figuren ovan) roterar kring x -axeln.
2. Använd någon lämplig Taylor-serie till att approximera talet $e^{-1/2}$ med ett rationellt tal så att felet till absolutbeloppet är < 0.0005 . (Fickräknarens värde $e^{-1/2} \approx 0.60653066$ får gärna användas efteråt för kontroll.)
3. Bestäm maximala och minimala värdet hos funktionen $f(x, y, z) = x + 2y + 3z$ på ellipsoiden $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 108$.
4. Vi sammanbinder punkten t på x -axeln med punkten $a - t$ på y -axeln. Då t ökar från 0 till a kommer linjerna att svepa över ett område i 1:a kvadranten nära origo (se figuren till höger). Beräkna arean hos detta område.
5. Beräkna massan hos den delen av ytan $z = f(x, y) = \sqrt{2xy}$, vars projektion på xy -planet är kvadraten $1 \leq y \leq 3 \leq x \leq 5$, om areadensiteten i punkten (x, y, z) på ytan är $\delta(x, y, z) = 2z$ (godtyckliga enheter).



Nyttiga (?) formler:

$$\cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1, \cos^2 \phi = (1 + \cos(2\phi))/2, \sin^2 \phi = (1 - \cos(2\phi))/2.$$