Institutionen för matematik
Tekniska högskolan

Metsalo

Mat-1.1520 Svenskspråkig grundkurs i matematik 2

Mellanförhör nr 2, 31.3.2009

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Observera att olika deluppgifter kan ge olika antal poäng!
Vid detta mellanförhör får varken räknare eller tabellsamlingar användas.
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1. I denna uppgift är $f(x,y) = 2x^2 + xy - y^2 + y$.
   a) Beräkna f:s gradient $\nabla f(x,y)$. (1p.)
   b) f har en kritisk punkt. Bestäm den. (2p.)
   c) I vilken punkt skär tangentplanet till den hyperboliska paraboloiden (sadelytan) $z = f(x,y)$ i punkten (31,3,2009) z-axeln? (3p.)

2. a) Bestäm 1:a gradens Taylor-polynom $P_1(x,y)$ till funktionen $g(x,y) = \ln(x^2 + \sin y)$ utvecklad i punkten $(a,b) = (1,0)$ och använd $P_1(0.98, 0.03)$ till att approximera talet $\ln(0.98^2 + \sin 0.03)$. (3p.)
   b) Bestäm 2:a gradens Taylor-polynom $P_2(x,y)$ till funktionen $g(x,y) = \ln(x^2 + \sin y)$ utvecklad i punkten $(a,b) = (1,0)$ och använd $P_2(0.98, 0.03)$ till att approximera talet $\ln(0.98^2 + \sin 0.03)$. (3p.)

3. $(x,y,z) = (1,3,2)$ satisfierar $x,y,z > 0$ och $xy^2z^3 = 72$, eftersom $1 * 3^2 * 2^3 = 1 * 9 * 8 = 72$. I punkten $(x,y,z) = (1,3,2)$ är $3x + 2y + z = 3 + 6 + 2 = 11$. Bestäm den punkten (x,y,z), som safisfierar $x,y,z > 0$ och $xy^2z^3 = 72$ och där $3x + 2y + z$ är så litet som möjligt. Hur stort är detta minsta värde på $3x + 2y + z$? (6p.)

4. Vi sammanbinder punkten t på x-axeln med punkten $a - t$ på y-axeln. Då t ökar från 0 till a kommer linjerna att svepa över ett område i 1:a kvadranten nära origo (se figuren till höger). Beräkna arean hos detta område. (6p.)