

Mat-1.1520 Svenskspråkig grundkurs i matematik 2

Mellanförhör nr 2, 27.3.2007

Fyll i tydligt på varje svarpapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3 - y^4}{x^2 + 5y^2} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Undersök om f är kontinuerlig eller diskontinuerlig i origo.
 - Beräkna $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ och $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ för $(x, y) \neq (0, 0)$.
 - Beräkna $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$.
 - Beräkna $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.
 - Undersök om $\frac{\partial f}{\partial x}$ är kontinuerlig eller diskontinuerlig i origo.
 - Undersök om $\frac{\partial f}{\partial y}$ är kontinuerlig eller diskontinuerlig i origo.
2. Visa att för alla plana trianglar gäller det att $1 < \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma \leq 3/2$, där α, β och γ är triangelns vinklar. Gott råd: Optimera (maximera och minimera) $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma$.

I uppgift 3 och 4 ges temperaturen T (temperaturenheter) i punkten (x, y, z) (längdenheter) vid tiden t (tidsenheter) av $T(x, y, z, t) = e^{-2t}(\cos(3x - 4y) + \sin(5z))$.

- Visa att $T(x, y, z, t)$ satisfierar den 3-dim. värmeekvationen $\frac{\partial T}{\partial t} = c(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2})$ för ett visst värde på konstanten c (areaenheter per tidsenhet) samt bestäm värdet på c . (4p.)
 - Hankeiten Pelle sitter stilla i origo $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ (längdenheter). Vid tiden $t = 0$ (tidsenheter) erfar han temperaturen $T(0, 0, 0, 0) = 1$ (temperaturenheter). Vilken ändringshastighet hos temperaturen (temperaturenheter per tidsenhet) erfar han just då? (2p.)
- Teknologen Svatta rör sig längs skärningskurvan mellan planet $4x - 3y + 2z = 0$ och ytan $x \cdot e^y = y \cdot \cos z$ (längdenheter). Vid tiden $t = 0$ (tidsenheter) befinner sig även hon i origo $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ (längdenheter) och rör sig längs skärningskurvan med farten $v = |\vec{r}'(t)| = 6$ (längdenheter per tidsenhet) i riktningen som gör att z ökar.

 - Bestäm Svattas hastighetsvektor $\vec{v}(t) = \vec{r}'(t)$ (längdenheter per tidsenhet, fast en vektor) i detta ögonblick.
 - Vilken ändringhastighet hos temperaturen (temperaturenheter per tidsenhet) erfar hon just då?