Institutionen för matematik
Tekniska högskolan

Metsalo

Mat-1.1520 Svenskspråkig grundkurs i matematik 2

Mellanförhör nr. 2, 27.3.2006

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas.
Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.
Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1. Visa att funktionen $f(x,y) = \ln(\frac{1}{x} - \frac{1}{y})$ satisfierar den partiella differentialekvationen $x^2(f_{xx} + f_{xy}) = x^2(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}) = c$ för ett visst värde på konstanten c samt bestäm detta c-värde.

2. a) I vilken punkt skär normallinjen till ytan $x^2+y^3+z^5 = 4$ i punkten $(2,-1,1)$ xz-planet?
b) I vilken punkt skär tangentplanet till ytan $x^2+y^3+z^5 = 4$ i punkten $(2,-1,1)$ y-axeln?

3. I en omgivning av punkten $(x,y,z) = (1,1,0)$ definierar ekvationen $\sin(x-y)+yz+e^z = 1$ implicit en funktion $z = g(x,y)$ sådan att $g(1,1) = 0$. (Detta är givet i uppgiften och behöver alltså inte visas.) Beräkna den partiella derivatan $\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}(1,1) = g_{yx}(1,1)$.

4. Temperaturen i punkten (x,y,z) på enhetssfären $x^2+y^2+z^2 = 1$ ges av $T(x,y,z) = xy+yz$ (godtyckliga enheter). I vilken punkt / vilka punkter är temperaturen högst och hur hög är den där?