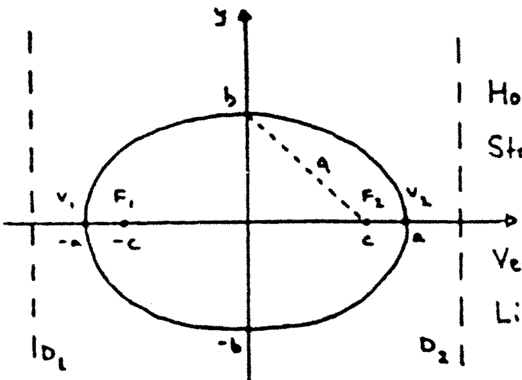
Kägelsnitten på standardform

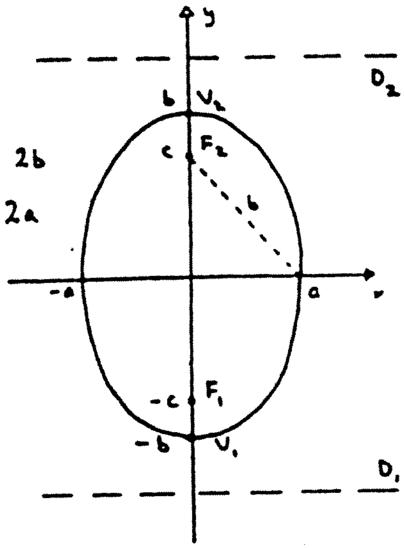


Horisontell Storaxel 2a

Vertikal Lillaxel 2b

Vert. Storaxel 2b

Hor. Lillaxel 2a



$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, $a > b$

Brännpunkt: $F = (\pm c, 0)$, $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

Topp (vertex): $V = (\pm a, 0)$

Excentricitet: $e = c/a \in [0, 1)$

Styrlinje: $D: x = \pm c/e^2$

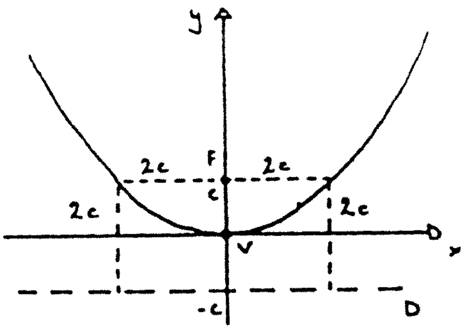
$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, $b > a$

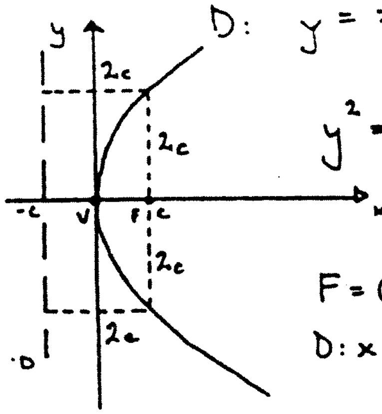
$F = (0, \pm c)$, $c = \sqrt{b^2 - a^2}$

$V = (0, \pm b)$

$e = c/b \in [0, 1)$

$D: \quad y = \pm c/e^2$





$y^2 = 4cx$. Hor. axel

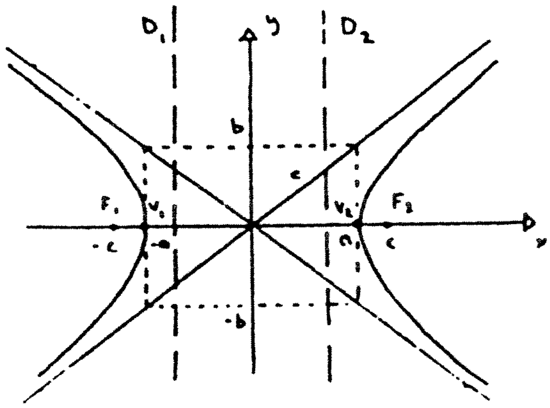
$F = (c, 0), V = (0, 0)$

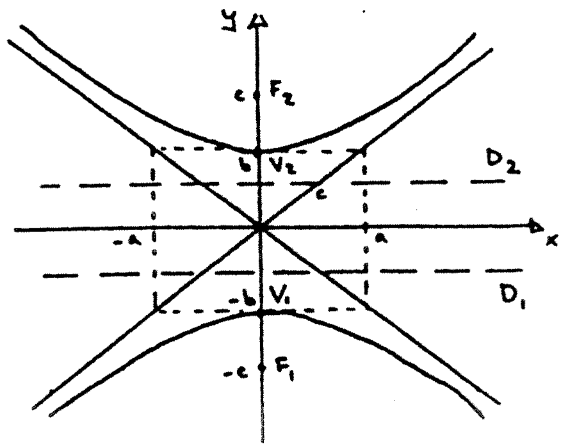
$D: x = -c$, $e = 1$

$x^2 = 4cy$. Vert. axel

$F = (0, c)$, $V = (0, 0)$

$D: y = -c$, $e = 1$





$x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$

$F = (\pm c, 0)$, $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$V = (\pm a, 0)$, $e = c/a > 1$

$D: x = \pm c/e^2$

Asymptoter: $y = \pm \frac{b}{a} \cdot x$

$y^2/b^2 - x^2/a^2 = 1$

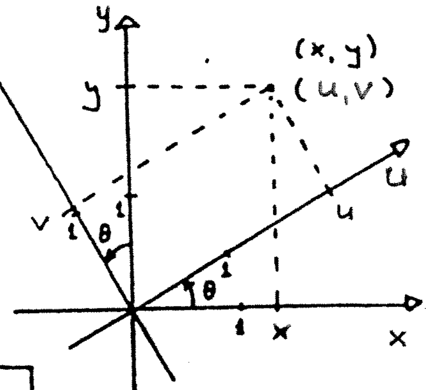
$F = (0, \pm c)$, $c = \sqrt{b^2 + a^2}$

$V = (0, \pm b)$, $e = c/b > 1$

$D: y = \pm c/e^2$

Asymptoter: $y = \pm \frac{b}{a} \cdot x$

Om vi vrider xy-koordinatsystemet vinkeln θ, får vi uv-koordinatsystemet. Punkten med koordinaterna (x, y) i det gamla systemet har koordinaterna (u, v) i det nya.



$x = u \cdot \cos\theta - v \cdot \sin\theta$ $y = u \cdot \sin\theta + v \cdot \cos\theta$	$u = x \cdot \cos\theta + y \cdot \sin\theta$ $v = -x \cdot \sin\theta + y \cdot \cos\theta$

Om vi har en 2:a-gradskurva $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ där kryssterm en $Bxy \neq 0$ $(B \neq 0)$, motsvarar detta att kurvans axlar är vridna i förhållande till koordaxlarna. Vrid då koordinatsystemet, så kryssterm en försvinner:
Ersätt: $x \longrightarrow u \cdot \cos\theta - v \cdot \sin\theta$, $y \longrightarrow u \cdot \sin\theta + v \cdot \cos\theta$.
Efter att ha samlat termer blir kurvans ekvation
$A' \cdot u^2 + B' \cdot uv + C' \cdot v^2 + D' \cdot u + E' \cdot v + F' = 0$, där

$$A' = A\cos^2\theta + B\cos\theta\sin\theta + C\sin^2\theta$$
$$B' = B(\cos^2\theta - \sin^2\theta) + 2(C-A)\sin\theta\cos\theta = B\cos 2\theta + (C-A)\sin 2\theta$$
$$C' = A\sin^2\theta - B\cos\theta\sin\theta + C\cos^2\theta$$
$$D' = D\cos\theta + E\sin\theta$$
$$E' = -D\sin\theta + E\cos\theta \qquad \text{Märk: } B^2 - 4AC = B'^2 - 4A'C'$$
$$F' = F$$

För att bli av med kryssterm en, så $B' = 0$, måste vi vrida koordinatsystemet en vinkel θ, där
$$\underline{\cot 2\theta = (A-C)/B} \Rightarrow \underline{\cos 2\theta = \pm(A-C)/\sqrt{B^2 + (A-C)^2}}$$

Vi kan välja $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ (om $B \neq 0$) och vi låter då $\cos 2\theta$ ha <u>samma tecken</u> som $\cot 2\theta$.
$$\underline{\sin\theta = \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2}\right)^{1/2}}, \quad \underline{\cos\theta = \left(\frac{1 + \cos 2\theta}{2}\right)^{1/2}}$$

I det vridna koordinatsystemet kompletterar vi sedan kvadraterna på vanligt sätt, skriver kurvan på standardform samt skissar den.