Gk2 i Matematik, datorövning 2, 22.3.2007 Metsalo

0) Läs igenom uppgift 0 från höstens 1:a datorövning om förberedelser och handla därefter!

Vi kommer att använda programpaketet Mathematica. En liten sammanfattning av Mathematica finns på baksidan av denna veckas hemtalslapp. Logga in direkt i arbetsstationen, vid vilken ni sitter, anropa Mathematica mha. kommandot use mathematica och starta Mathematica mha. kommandot mathematica. I Mathematica avslutas kommandon med Shift Enter.
För att få ^ (upphöjt till) och ` (apostrof) måste man trycka motsvarande tecken två gånger.

1) $f(x,y) = (2x^3 - y^3)/(x^2 + 3y^2)$ är bekant från on v9 (uppg. 1b) 12.3.11). Studera dess graf och graferna för $\partial f/\partial x$ och $\partial f/\partial y$ i en omgivning av origo mha. Plot3D. Partiella derivator fås mha. D.

2) Lös hemtalen 2b, d) från on v9 genom att låta Mathematica beräkna de partiella derivatorna.

3a) $f(x,y) = 5e^{xy} - \sin(3x) - y^2$. Rita f:s graf, dvs. ytan $z = f(x,y)$ från uppg. 1, on v11 mha Plot3D i en omgivning av punkten $(0,2)$.
b) Rita f:s nivåkurvor mha. ContourPlot.
c) Ladda programpaketet ImplicitPlot mha. kommandot << Graphics`ImplicitPlot` och använd ImplicitPlot till att rita nivåkurvan $f(x,y) = 1$. Glöm inte att ekvationer ges med två likhetstecken i Mathematica.

4a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy$. Rita f:s graf mha Plot3D.
b) Rita f:s nivåkurvor mha. ContourPlot.
c) Rita nivåkurvan $f(x,y) = 0$ (Cartesii blad) mha. ImplicitPlot. Märk hur Mathematica "fuskar", där kurvan skär sig själv. Programpaket har sina begränsningar.

Forts. på baksidan

5a) Ladda programpaketet ContourPlot3D mha. kommandot <<Graphics`ContourPlot3D` och använd ContourPlot3D till att rita ellipsoiden $x^2+2y^2+3z^2-55=0$ från uppg. 4, fr v 9. Rita förslagsvis hela ellipsoiden och inte bara närmaste omgivningen till punkten $(5,3,2)$.

b) Rita också konen $x^2-y^2-4z^2=0$ från samma uppg. och sammanför de två figurerna mha. Show.

c) Rita även den elliptiska cylindern $3y^2+7z^2-55=0$ och sammanför alla tre figurerna mha Show.

6) Rita grafen av $f(x,y)=\frac{x}{y}$ från föreläsningen i kvadraten $|x-2|\leq\frac{1}{2}\geq|y-1|$ och dess Taylor-polynom $P_2(x,y)$ av grad 2 utvecklad i punkten $(2,1)$. Rita därefter resttermen $R_2(x,y)=f(x,y)-P_2(x,y)$ i denna kvadrat. Om datorn kapar av en del av grafen av R_2 kan man sätta PlotRange -> All inuti Plot3D-kommandot. Märk att $|R_2|$ är vida mindre än den övre gränsen vi fick på föreläsningen.

7) Rita grafen av $F(x,y)=(x^2-1)^2-(y^2-1)^2$ från igår.

8) Använd parameterframställningen för Cartesii blad från uppg. 7 i 1:a datorövningen för att bestämma (approximativt) de punkter på Cartesii blad, där kurvans lutning är $=1/2$. Solve ger visserligen exakta värden, men numeriska approximationer kan vara av större praktisk nytta. Jämför med uppg. 4 bland morgondagens räknetal och låt gärna datorn iterera ytterligare några steg med Newtons metod för att se, att iteraten närmar sig de punkter som parameterframställningen ger.

Uppg. 5 från höstens datorövn. 3 illustrerar hur man kan bilda Taylorpolynom av fkner (av en var.), som definieras implicit. Motsv. kan också göras för fkner av flera variabler, som definieras implicit av någon ekvation.
Om några av uppgifterna från förra datorövningen är ogjorda, så paste på och gör dem nu. Lämna sedan Mathematica mha. Exit, stäng Mathematica-fönstret mha. musen och logga slutligen ut mha. musen.