Gk2 i Matematik, hemtal v5/06 Metsalo

Torsdagen 16.2 har vi 1:a datorövningen. Vi kommer att använda programpaketet Mathematica. På insidan av detta blad finns uppgifterna från 1:a datorövningen i höstas, då vi använde Matlab. Uppgifterna från 2:a och 3:e datorövningen i höstas (då vi använde Mathematica) kommer förhoppningsvis också att delas ut före datorövningen.

On: 1a) Visa att serierna $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\frac{1}{\sqrt{n}})$ och $\sum_{n=1}^{\infty} \tan(\frac{1}{\sqrt{n}})$ divergerar.
b) Visa att serien $\sum_{n=1}^{\infty} (\tan(\frac{1}{\sqrt{n}}) - \sin(\frac{1}{\sqrt{n}}))$ konvergerar.
2) Visa att serien $\sum_{k=1}^{\infty} \sin(k^2)/k^4$ konvergerar samt bestäm någon övre och undre gräns för dess summa. Gränserna får vara grova, men skall vara motiverade.
3a) 9.5.1 b) 9.5.3 c) 9.5.4 d) 9.5.8
(i såväl uppl. 5 som uppl. 4 av Adams)
4a) Bestäm konvergensradien R hos potensserien $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot x^n/(2n)! = 1 - x/2! + x^2/4! - x^3/6! + \ldots$
b) Bestäm någon övre och undre gräns för talserien $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot 2^n/(2n)! = 1 - 2/2! + 2^2/4! - 2^3/6! + \ldots$
Gränserna får vara grova, men skall vara motiverade.
c) Dito för talserien $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot (-2)^n/(2n)! = 1 + 2/2! + 2^2/4! + 2^3/6! + \ldots$
Demo: 9.6.11. Mha. detta kan vi approximera talet $\ln y$ för $y > 0$ med ett godtyckligt litet fel med enbart papper och penna, om så behövs!

Fr. 1a) 9.5.22 b) 9.5.26 c) 9.5.27 d) 9.5.31
2) Beräkna ett närmevärde till integralen $\int_0^2 \frac{\sin x}{x}\,dx$ genom att utveckla integranden i form av en Maclaurinserie (Taylorserie utvecklad i origo) och medtaga endast de tre första från 0 skiljda termerna. Uppskatta också felet i approximationen. Mha. serier får vi fler metoder vid sidan av trapetsmetoden och Simpsons metod att approximera "omöjliga" integraler med godtycklig hög noggrannhet.
De övriga av fredagens hemtal behandlar Svakars sillfrukost, som delades ut tillsammans med kursinformationen. Se insidan av kursinformationsbladet och baksidan av detta blad.

Fr: (forts.) Avgör vilka av Svakars kamrater som dricker ändligt mycket och vilka som dricker oändligt mycket. Bestäm också hur mycket de dricker, som dricker ändligt mycket och observera den sammanfattande frågan. Glöm inte att det också går att föreslå nya strategier närhelst man kommer på några sådana.

3a) Adam, Bertil, Caesar och David
b) Erik, Filip, Gustav och Harald
4a) Ivar, Johan, Kalle och Ludvig
b) Martin, Olof, Petter och Qvintus.

Slutligen en sammanfattande fråga: Vem dricker mest av dem, som dricker ändligt mycket under sillfrukosten? Glöm därvid inte Niklas! Hur mycket han exakt dricker kan vi dock räkna ut först då vi gått igenom kap. 14.

Demo: 9.10.2 / 17.9.2 (upplaga 5/upplaga 4)
(Denna linjära, homogena 2:a ordningens differential-ekvation kallas för Airys ekvation.)