

Mat-1.1510 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1

Mellanförhör nr 3, 18.12.2007

Fyll i tydligt på varje svarspapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Observera att olika uppgifter kan ge olika antal poäng!

Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas.

Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas.

Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1. Bestäm 2:a gradens Taylor-polynom $P_2(x)$ till funktionen $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ utvecklat i punkten $x = 1$. (3p.)

2. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^3}-1}{1-\cos x}$. (3p.)

3. Beräkna följande anti-derivator (obestämda integraler):

a) $\int (\tan(x))^{-1} dx = \int \cot(x) dx$ (3p.)

b) $\int \tan^{-1}(x) dx = \int \arctan(x) dx$ (3p.)

4. a) Då halvcirkelbågen $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ i den övre figuren till höger roterar kring x -axeln, uppstår en sfär med radien R . Dess area är som bekant $A = 4\pi R^2$. Bekräfta detta genom att beräkna sfärens area med hjälp av en lämplig integral. (3p.)

b) Visa att om sfären skäres i k stycken lika tjocka skivor, kommer varje skiva att ha samma area, nämligen $4\pi R^2/k$. (3p.)

5. Beräkna volymen hos kroppen som uppstår då det i figuren till höger skuggade plana området, som begränsas av kurvorna $y = 2x^4$ och $x = y^2/4$ roterar kring y -axeln. (3p.)

6. Då en tank tömmer under inverkan av gravitationen genom ett hål i botten, satisfierar vätskedjupet $y(t)$ den separabla differential-ekvationen $A(y) \cdot dy/dt = -k \cdot \sqrt{y(t)}$, där $A(y)$ är tankens tvärsnittsarea vid vätskedjupet $y(t)$ och k är en proportionalitetskonstant.

En tank har formen av en rät cirkulär cylinder med höjden H och radien R . Då den fylls med vatten, rinner vattnet ut på tiden T genom ett hål i botten. Sätt upp differential-ekvationen för vattendjupet och bestäm $y(t)$ för $0 \leq t \leq T$. (3p.)

God Jul och Gott Nytt År!

