

Mat-1.1510 Grundkurs i matematik 1

Mellanföreläsning 3, 17.12.2012

*Skriv ditt namn, nummer och övriga uppgifter på varje papper!**Räknare eller tabeller får inte användas i detta prov!*

1. (4p) Vilken integral får man om man i integralen $\int_1^3 \cos(\sqrt{t})(1+t^2) dt$ gör variabelbytet $t = x^2$? Du behöver (skall) inte räkna ut integralen.

2. (3p) Är det sant att $\int_1^\infty \frac{x^2 + x + 1}{x^2\sqrt{x+4}} dx < \infty$? Motivera ditt svar men du behöver inte räkna ut integralen om svaret är ja.

3. (3p) Visa genom att använda partiell integrering att om f är en (tex. begränsad och kontinuerlig) funktion vars Laplacetransform är $F(s)$ så är Laplacetransformen av funktionen $g(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau$ funktionen $\frac{1}{s}F(s)$.

4. (3p) Förklara varför $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{O(x^2)}{x} = 0$ medan gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{O(x^2)}{O(x)}$ inte nödvändigtvis existerar.

5. (5p) Bestäm lösningen till differentialekvationen

$$y''(t) + 6y'(t) + 13y(t) = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 5.$$

6. (3p) Antag att du skall bestämma lösningen till ekvationen

$$y''(t) + 7y'(t) + 12y(t) = \frac{1}{1+e^t}, \quad y(0) = y'(0) = 0,$$

och ger följande kommando i matlab för att räkna ut lösningen $y(t)$:

```
syms s t, int((exp(-4*(t-s))-exp(-3*(t-s)))/(1+exp(s)),s,0,t)
```

I maxima är motsvarande kommando

```
integrate((exp(-4*(t-s))-exp(-3*(t-s)))/(1+exp(s)),s,0,t);
```

Får du rätt svar? Om inte, vad borde du skriva? Motivera ditt svar!

7. (3p) Av vad kan man dra slutsatsen att differentialekvationssystemet

$$Y'(t) + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} Y(t) = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix},$$

har ett gränsvärde då $t \rightarrow \infty$? Bestäm detta gränsvärde.