

Mat-1.1510 Grundkurs i matematik 1
Mellanförhör 1 11.10.2011

*Skriv ditt namn, nummer och övriga uppgifter på varje papper!
Räknare eller tabeller får **inte** användas i detta prov!*

1. (4p) Använd induktion (också om det finns andra sätt) för att visa att

$$\sum_{j=1}^n \frac{1}{j(j+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}, \quad n \geq 1.$$

2. (4p) Skriv $\frac{\bar{z} + e^{i\pi}}{1+i}$ där $z = 1 + i$ som $a + bi$ där a och $b \in \mathbb{R}$.

3. (6p) Bestäm med hjälp av Gauss algoritm alla lösningar till följande ekvationssystem :

$$\begin{array}{ccccrc} 2x_1 & +4x_2 & -2x_3 & -4x_4 & = & 6, \\ -4x_1 & -8x_2 & +5x_3 & +5x_4 & = & -13, \\ 6x_1 & +12x_2 & -7x_3 & -7x_4 & = & 13, \\ -4x_1 & -8x_2 & +5x_3 & +11x_4 & = & -31. \end{array}$$

4. (3p) Antag att 3×3 -matrisen A kan skrivas i formen $A = U \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} V^T$ där U och

V är ortogonala 3×3 -matriser. (Detta är en sk. singularvärdesuppdelning.) Är A inverterbar? Motivera ditt svar. Om svaret är ja, ge ett uttryck för inversen av A .

5. (4p) Bestäm matrisens $A = \begin{bmatrix} -10 & 12 \\ -6 & 7 \end{bmatrix}$ egenvärden. Med vilka kommandon i matlab/octave kan man räkna ut egenvärdena av A ?

6. (3p) Låt $A = \begin{bmatrix} 26 & -19 & -5 \\ 27 & -20 & -5 \\ 33 & -23 & -8 \end{bmatrix}$. Visa att $X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ är en egenvektor för A och bestäm motsvarande egenvärde.