

Skriv ditt namn, nummer och övriga uppgifter på varje papper!

En räknedosa (godkänd för studentexamen) är ett tillåtet hjälpmedel i detta prov!

1. (3p) Vilken integral får man om man i integralen $\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x+2}} dx$ gör variabelbytet $\sqrt{x+2} = t$. Du behöver inte räkna ut den här integralen.

2. (4p) Beräkna en approximation av integralen $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$ genom att använda 4 lika långa delintervall och någon lämplig numerisk integrationsmetod.

3. (3p) Då man räknade integralen $\int_2^8 \sqrt{x^2-4} dx$ numeriskt med hjälp av Simpsons metod fick man som svar 26.8200193819123 då man använde 16 delintervall och 26.8438643785864 då man använde 32 delintervall. Om man vill få ett svar med ett fel som till sitt absolutbelopp är högst 10^{-2} , räcker det då att använda 32 delintervall? Motivera ditt svar!

4. (3p) Visa, genom att integrera partiellt, att $\mathcal{L}(f')(s) = s\mathcal{L}(f)(s) - f(0)$ där $\mathcal{L}(f)$ är Laplace-transformen av f . (Du kan tex. anta att det finns en konstant C så att $|f(t)| + |f'(t)| \leq C$ då $t \geq 0$ så att Laplace-transformerna är definierade då $\operatorname{Re}(s) > 0$.)

5. (5p) Funktionen $y(t)$ är lösningen till differentialekvationen

$$4y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = t \cos(2t), \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -2.$$

Bestäm Laplace-transformen av funktionen $y(t)$. Laplace-transformen av $\cos(\omega t)$ är $\frac{s}{s^2+\omega^2}$ och kom ihåg vilken funktion derivatan av en Laplace-transform är Laplace-transformen av. Räkna inte ut $y(t)$!

6. (3p) Bestäm den största gemensamma delaren av talen 80 och 36 med hjälp av Euklides algoritm.

7. (3p) I ett universitet används studentnummer som bildas av åtta siffror och en kontrollbokstav. Studerande S skrev sitt nummer på en blankett som $23x78366H$ där siffran x blev oläslig. Bestäm x på något annat sätt än att bara prova med alla möjligheter då man vet att kontrollbokstaven H betyder att resten då talet som bildas av siffrorna före kontrollbokstaven divideras med 23 blir 8. Du kan utnyttja det faktum att då 23078366 divideras med 23 blir resten 5, då 100000 divideras med 23 blir resten 19 och då $19 \cdot 17$ divideras med 23 blir resten 1.