Gk1 i Matematik, datorövning 1, 18.10.2007 Metsalo

0) Datorövningarna kräver förberedelser hemma, precis som räkneövningarna. Att läsa igenom uppgifterna för 1:a gången då man redan sitter vid datorn är att kasta bort möjligheten att lära sig något! Gå igenom materialet i lugn och ro hemma. Tänk efter hur man rent matematiskt skall gå tillväga för att lösa uppgifterna och vilka områden av figurerna som är av intresse.
Låt sedan datorn göra själva räknearbetet.

Under denna datorövning lär vi oss att använda programpaketet Matlab. Namnet kommer från MATrix LABoratory och Matlab arbetar med matriser av tal.
Logga in direkt i arbetsstationen, vid vilken ni sitter. Därefter startar ni Matlab genom att skriva matlab ↵.
Matlab ritar upp nya fönster och svarar med >> när det är berett att taga emot kommandon.

Lär er använda pilknapparna ←, ↑, ↓ och → genom att t.ex. först beräkna 1+1 och sedan via knapparna ↑ och ← manipulera kommandoraden till 2+1. Om ett kommando skall användas många gånger med små variationer behöver man inte skriva om allting från början.
En matris $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ matas in med semikolon ; mellan raderna och mellanslag mellan elementen i en och samma rad: A = [1 2 3; 4 5 6]
Kommandot help *namn* ger information om funktionen *namn*. Detta kan vara till nytta, om datorn är missnöjd och ger felmeddelanden.

1) Studera först funktionen roots mha. help roots. Använd därefter roots till att lösa 3:egradsekvationen $p(z) = z^3 + (-2-5i)z^2 + (-10+10i)z + (8+6i) = 0$ från uppg. 4, övn 38.
Kontrollera svaren via insättning i ekvationen.
Varning: jag fick problem vid användandet av ^ (upphöjt till). Skriv z*z i stället för z^2 och z*z*z i stället för z^3 i kontrollen.

V.g. vänd

2) Lös det linjära ekvationssystemet "för hand" mha. Gauss' elimination med påföljande bakåtsubstitution eller mha. Gauss-Jordans metod. Använd Matlab för att utföra själva radmanipulationerna:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 1x_3 = 7 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$

Bilda en 3×3-matris A, som innehåller koefficienterna och en 3×1-matris (dvs. kolumnvektor) b, som innehåller högerledet. Bilda därefter den sammansatta matrisen C = [A, b] som kommer att vara en 3×4-matris. Alla radmanipulationer utförs sedan på matrisen C.

Ex: nr3 = r3 − 2·r1 skrivs C(3,:) = C(3,:) − 2*C(1,:)
$\quad$ nr2 = $\frac{1}{(-5)}$·r2 skrivs C(2,:) = (−1/5)*C(2,:)
(vi behöver inte exakt dessa radmanipulationer!)

Spara gärna mellansteg genom att skriva C1 = C med jämna mellanrum. C1 är då en backup-matris, om man råkar göra något fel så C förstörs. Kontrollera slutligen svaret via insättning i det urspr. ekv. systemet.

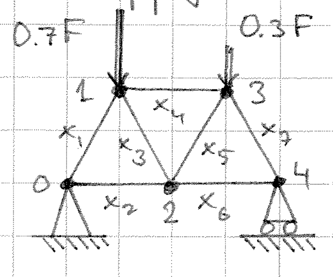
3) Nu låter vi i stället Matlab lösa det linjära ekvationssystemet ovan: beräkna dels inv(A)*b, dels A\b (division med matrisen A från vänster, dvs. multiplikation med A:s inversmatris från vänster). Märk hur dessa två metoder ger samma svar uttryckt på olika sätt, beroende på att svaret beräknas på olika sätt.

4) Lös det linjära ekv.systemet som i uppg. 2 och 3.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \\ 6x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$$

Ifrågavarande koefficientmatris saknar inversmatris (beräkna dess determinant via det(A)!), så vi kan inte beräkna inv(A). Bestäm först lösningarna "för hand" som i uppg. 2 (det finns ∞ många) och pröva därefter metoderna i uppg. 3.

5) Lös problemet med fackverket från Demo, fö v38. Sätt F = 1, så blir dragkrafterna multiplar av F. Jämför med svaret givet i demot.

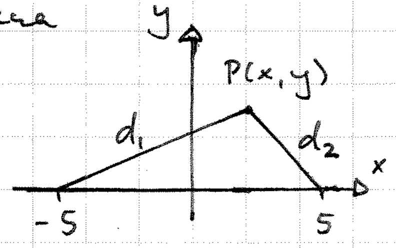


6) $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ Beräkna det(A) och inv(A). Beräkna A:s egenvärden och tillhörande egenvektorer mha. kommandot [V, D] = eig(A). (Studera först funktionen eig mha. kommandot help eig) Observera, att A har 2 egenvärden, som bägge har algebraisk multiplicitet 2, men det ena egenvärdet har geometrisk multiplicitet 1 och det andra har geometrisk multiplicitet 2. Kontrollera att de givna (normerade) egenvektorerna faktiskt hör till resp. egenvärde, att egenvärdenas produkt är matrisens determinant och att deras summa är matrisens spår (summan av elementen på huvuddiag.).

7a) Skissa kurvan $y = \sin(1/x)$ för $x \in [-2, 2]$:
<u>x = -2:0.005:2;</u> bildar en 801-vektor x och semikolon ; i slutet av kommandot gör att resultatet inte skrivs ut. <u>y = sin(1 ./x);</u> bildar en annan 801-vektor (hos vilken en av komponenterna är odefinierad). Matlab arbetar med matriser, så om man inte specificerar att operationen skall utföras komponentvis (genom en punkt . framför operationen), försöker Matlab utföra den på matriser. Mellanslag mellan ettan och punkten, annars tolkas den som en decimalpunkt. <u>plot(x,y)</u> sätter slutligen ut dessa 801 (egentligen 800) punkter i ett xy-plan och sammanbinder på varandra följande punkter med räta linjer. Denna brutna räta linje ger då en approximation av kurvan $y = \sin(1/x)$.

b) Skissa kurvan $y = x + 2x^2 \cdot \sin(1/x)$ för $x \in [-0.1, 0.1]$:
x = -0.1:0.001:0.1; y = x + 2*x.*x.*sin(1 ./x); plot(x,y) borde fungera, eftersom ^ inte tycks fungera.

8) För punkten P(x,y) låter vi d_1 beteckna avståndet från P till (-5,0) och d_2 avståndet från P till (5,0). Vi ritar kurvorna $d_1 \cdot d_2 = 15$, $= 20$, $= 25$, ..., $= 60$. Kurvan $d_1 \cdot d_2 = 25$ är en <u>lemniskata</u>. Den är oändlighetstecknets förebild



V.g. vänd

8) (forts.) `t = -10:0.05:10;` bildar en 401-vektor t. `[x,y]=meshgrid(t,t);` bildar 2 st. 401×401-matriser x och y. Detta svarar mot att kvadraten $[-10,10]\times[-10,10]$ i xy-planet har delats upp i ett rutnät, där matrisen x innehåller hörnpunkternas x-koord. och matrisen y deras y-koord. `z=sqrt(((x+5).*(x+5)+y.*y).*((x-5).*(x-5)+y.*y));` beräknar $d_1 \cdot d_2 = (((x+5)^2+y^2)\cdot((x-5)^2+y^2))^{1/2}$ för alla dessa hörnpunkter. `mesh(x,y,z)` ritar motsv. yta i xyz-rummet. `contour(x,y,z,15:5:60)` ritar slutligen de kurvor i xy-planet, som svarar mot z-värdena 15, 20, 25, ..., 60.

Om en punkt rör sig i planet, ges dess koordinater som två funktioner av tiden: $(x,y)=(f(t),g(t))$. I så fall säges kurvan, längs vilken punkten rör sig, vara given på parameterform med parametern t. Kurvan $y=h(x)$ kan enkelt ges på parameterform: $(x,y)=(t,h(t))$. Parameterform är alltså en generellare metod att ge kurvor i planet än $y=h(x)$.

9) Asteroiden $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$, som vi också kommer att studera under flera räkneövningar, kan ges på parameterform som $(x,y)=(a\cdot\cos^3 t, a\cdot\sin^3 t)$! Välj t.ex. a = 1 och rita asteroiden. Rita också in enhetscirkeln i samma figur mha. hold on. Gör sedan hold off. Figurerna fås via kommandona `t=0:0.1:6.3; c=cos(t); s=sin(t); x=c.*c.*c; y=s.*s.*s; plot(x,y)` (för asteroiden) och `hold on, plot(c,s), hold off` (för enhetscirkeln). Kommandot grid ger ett rutnät och `axis('square')` gör att figuren täcker en kvadrat. I detta fall medför det att axlarna får samma skala.

Lämna Matlab mha. quit och glöm inte att logga ut. Använd gärna Matlab för att om möjligt kontrollera svaren till hemtalen. Ogjorda datorövningsuppgifter kan också göras senare, om ni hittar någon ledig arbetsstation.